

FACULTÉ DE MÉDECINE DE PARIS

Année 1970

No

THÈSE

POUR LE

DOCTORAT EN CHIRURGIE DENTAIRE

(Thèse de 3^{ème} cycle)

par

Jean, Auguste, Henri VANHILLE

Né le 23 Octobre 1920 à Dunkerque (59)

Présentée et soutenue publiquement le 4-11-1970

CONTRIBUTION A LA MESURE DES PRESSIONS ET DES CHOCS MASTICATOIRES ABSORBÉS ET TRANSMIS PAR LES MATÉRIAUX UTILISÉS EN PROTHÈSE DENTAIRE

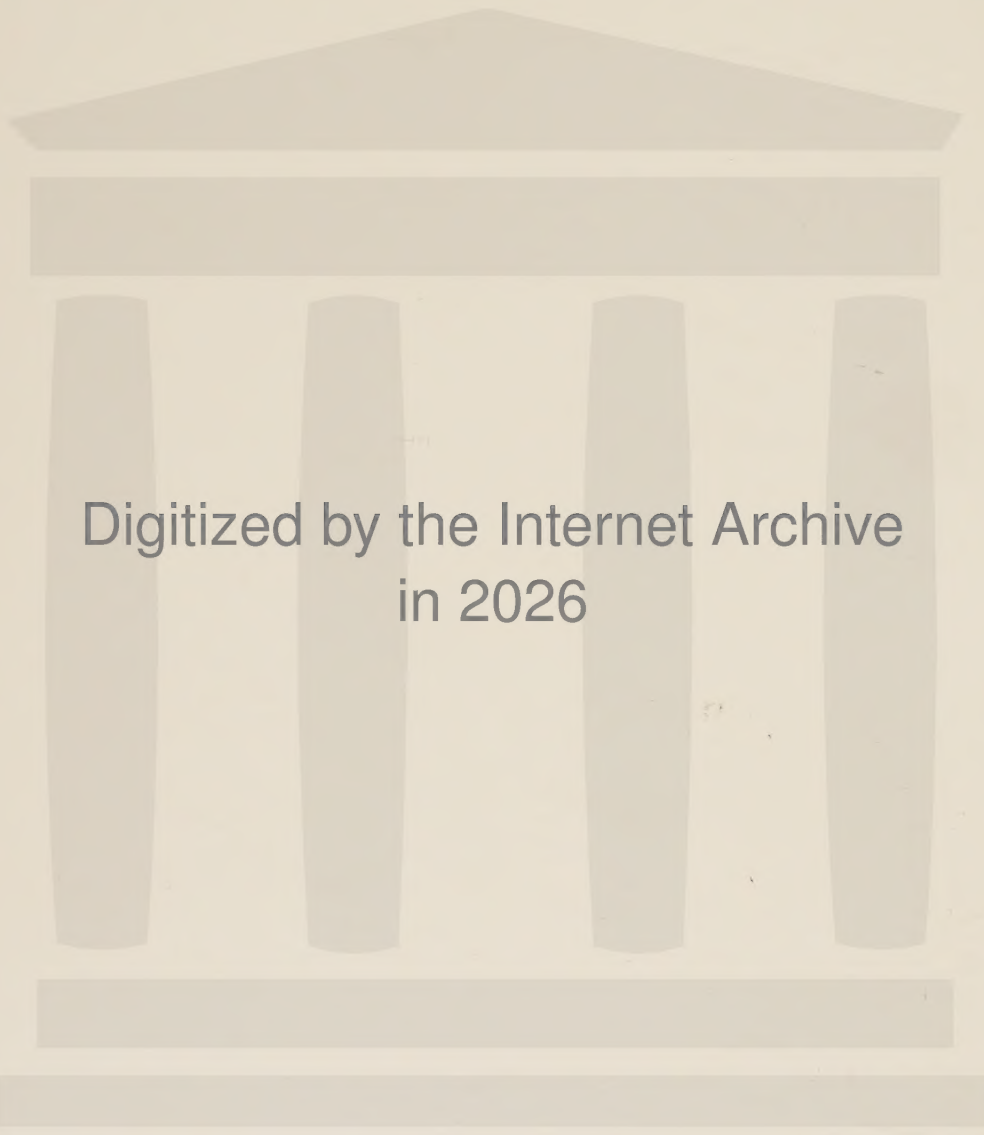
Président de Thèse : Monsieur Pierre CERNEA (Professeur)

DACTYLO-SORBONNE

8, rue Casimir Delavigne

PARIS 6^e

1970



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552011_0028

FACULTE DE MEDECINE DE PARIS

--

Année 1970

N°

T H E S E

pour le

DOCTORAT EN CHIRURGIE DENTAIRE

(Thèse de 3ème cycle)

par

Jean, Auguste, Henri VANHILLE

Né le 23 octobre 1920 à Dunkerque (59)

--

Présentée et soutenue publiquement le 4.11.1970

--

CONTRIBUTION A LA MESURE DES PRESSIONS

ET DES CHOCS MASTICATOIRES ABSORBES ET TRANSMIS

PAR LES MATERIAUX UTILISES EN PROTHESE DENTAIRE

--

Président de Thèse : Monsieur P. CERNEA (Professeur)

--

DACTYLO-SORBONNE
8, rue Casimir Delavigne
PARIS - 6ème
1970



FACULTE DE MEDECINE DE PARIS

-:-

Doyen Honoraire, Administrateur
provisoire de la Faculté de
Médecine de Paris Professeur G. BROUET

Secrétaire Général de la Faculté M. J. LENA

Conservateur en Chef de la
Bibliothèque M. le Docteur A. HAHN

Conservateurs Melles P. DUMAITRE
G. LE NOIR

Bibliothécaires Mmes J. CONTET
FORGET
VALLIN
DEMANEE
Melles M.F. DUROZOY
D. ROBERGE
LE QUANG

Par délibération en date du 9 décembre 1798, l'Ecole
a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui
seront présentées, doivent être considérées comme propres à leurs
auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation, ni
improbation.

A mon épouse

Qui m'a aidé à mener à bien ce
travail par son soutien efficace
et affectueux.

A mes parents

Ma reconnaissance filiale et ma
profonde gratitude

A Monsieur le Professeur Pierre CERNEA

Professeur titulaire de la chaire de
Stomatologie de la Faculté de Médecine de Paris

Membre de l'Académie de Chirurgie

Officier de la Légion d'Honneur

Qui nous a fait l'honneur
d'accepter la présidence de
cette thèse

Qu'il trouve en notre ouvrage le
témoignage de notre respectueuse
reconnaissance

A mon Maître

Monsieur le Professeur L. ROUCOULES

Qui, au travers des mots, a été
mon guide dans la démarche scientifique

Avec ma profonde gratitude

A mon Maître,

Monsieur le Professeur J. DELIBEROS

En hommage à sa science

Avec ma sincère reconnaissance
pour son précieux enseignement

A Messieurs les Professeurs des Ecoles Dentaires

En remerciement de leurs
conseils éclairés

A Monsieur BOSSU

Dont la collaboration au point de
vue expérimental m'a été très
précieuse

CONTRIBUTION A LA MESURE DES
PRESSIONS ET DES CHOCS MASTICATOIRES ABSORBES
ET TRANSMIS PAR LES MATERIAUX UTILISES
EN PROTHESE DENTAIRE

-:-

P L A N

- Préambule
- I - Définitions
- II - Théorie du choc en mécanique rationnelle
 - Equation fondamentale et théorèmes généraux de la théorie du choc
 - Choc d'un corps contre un obstacle immobile
 - Théorème de Carnot
 - Centre de choc
- III - Choc et énergie de déformation
 - a/ Généralités
 - Résistance des matériaux aux chocs
 - Définition de la résistance élastique
 - Les chocs par traction ou par compression
 - Les chocs par torsion
 - Les chocs par flexion
 - Expression générale de l'énergie de déformation
 - b/ Expérimentation par éprouvettes
 - Les matériaux prothétiques
 - La conception des éprouvettes
 - Le compressomètre
 - Tableaux des résultats
 - Courbes des différents matériaux
 - Courbes comparatives des modules d'élasticité
 - c/ Les résultats du choc prothétique
 - Selon la rénitence des tissus de soutien
 - Selon les dimensions des prothèses
 - Selon les modules d'élasticité
 - Résumé
- IV - Conclusions :
 - scientifiques,
 - techniques,
 - cliniques,
 - critique des résultats
- Bibliographie

P R E A M B U L E

En pratique journalière, le Chirurgien-dentiste se trouve très souvent placé devant un problème prothétique.

Rares sont, en effet, les patients qui, même après une mise en condition, présentent les conditions idéales souhaitables pour envisager une restauration relativement aisée avec un pronostic favorable, tant au point de vue de son efficacité que de sa durée.

Dans presque tous les cas, le praticien aura à faire face aux conséquences d'une édentation plus ou moins ancienne qui auront perturbé la valeur intrinsèque des tissus de soutien. Il devra donc toujours, essayer d'éviter ou d'enrayer ce processus de dégradation tissulaire et osseux.

Les auteurs classiques, nous faisant profiter de leur longue expérience clinique, nous ont donné différents moyens de pallier en partie, ces déficiences anatomiques ; en préconisant, l'extension des surfaces d'appui, l'utilisation de dents artificielles à surface masticatoire différenciée, et dont les inclinaisons cuspidiennes sont réduites, voire nulles, les montages selon le principe hétéromorphique, hétéronumérique et hétérotypique, et pour les rebasages, les possibilités apportées par les matériaux à forte résilience.

Mais ces données, appréciables et appréciées, pour compenser les effets nocifs des forces de mastication et de déglutition transmises par les éléments prothétiques sont des données empiriques.

Puisqu'il s'agit de forces, d'absorption ou de transmission de chocs, la mécanique et la biomécanique appliquées à l'Art Dentaire devraient nous donner la possibilité de mettre en équation ces effets et leurs réactions.

Nous nous efforcerons, en appliquant les formules mathématiques de mécanique rationnelle et de résistance des matériaux, de confirmer ces données empiriques.

L'expérimentation sur des éprouvettes réalisées avec nos principaux matériaux prothétiques, nous permettra d'analyser les efforts de compression, de torsion et de flexion auxquels sont soumis ces matériaux au cours des mouvements manducateurs.

Ce travail, qui se veut scientifique, nous amènera à comparer les caractéristiques mécaniques de nos éléments prothétiques, et en particulier, leurs caractéristiques élastiques en fonction de leurs dimensions et de leur faculté d'absorption ou de transmission des efforts auxquels ils seront soumis.

Il devrait permettre de donner entière confirmation des principes découlant de l'expérience clinique, et, peut être, d'améliorer la conception technique et l'efficacité de nos futures prothèses, en diminuant, grâce au choix des matériaux, leurs effets traumatisants, reprenant en cela, la règle d'or de la Médecine "*primum non nocere*".

- I -

DEFINITIONS

LE CHOC

C'est le phénomène au cours duquel les vitesses d'un point du corps matériel varient d'une grandeur finie pendant un temps très court, sous l'effet de forces de percussion.

On mesure ces forces de percussion, non en elles-mêmes, mais par leurs effets, c'est-à-dire, leurs impulsions.

Ces impulsions sont très variables, en raison de la masse des corps choqués, et de la masse des corps choquants. Elles varient aussi, en raison de la nature physique des corps, et en particulier de leur élasticité.

Tout corps recevant un choc se déforme.

Cette déformation, exprimée par un travail, pourra se produire en compression, en traction, en flexion ou en torsion.

o

Nous serons donc amenés à définir les corps et systèmes matériels, le mouvement et l'équilibre, les forces d'action et de réaction, les couples et les moments, mais aussi l'énergie de déformation et l'élasticité des corps selon la qualité du choc.

CORPS MATERIEL

C'est un corps simple ou composé, homogène ou hétérogène, solide, liquide, ou gazeux, qui occupe dans l'espace un certain volume, et qui a une masse donnée.

- la masse est le rapport existant entre la force qui agit sur un corps, et l'accélération qu'elle lui communique.
- le poids est le produit de la masse par son accélération:

$$P = Mg \quad \text{d'où} \quad M = \frac{P}{g}$$

- la densité est le rapport du volume d'un corps comparé au même volume d'eau distillée à 4° centigrades.
- le poids spécifique est le poids d'une unité de volume de ce corps.

N.B. Le poids et la masse étant directement proportionnels, et l'accélération souvent négligeable, ces deux termes sont souvent confondus.

Les matériaux utilisés en prothèse dentaire sont tous des corps matériels inertes. Mais on peut assimiler à ces corps matériels inertes, les tissus des organes bucco-dentaires, en rapport avec la fonction manducatrice, en ceci qu'ils sont inertes par leur masse immuable, sans oublier qu'ils sont vivants par leur labilité en volume et en densité.

On distingue, en mécanique :

- a/ des corps matériels solides parfaits : durs
rigides
pratiquement indé-
formables
- b/ des corps matériels solides imparfaits : mous
élastiques
facilement défor-
mables

Il est évident que la transmission ou l'absorption des forces varie en fonction de la perfection des corps solides.

- Les solides parfaits (*dents naturelles saines, dents artificielles métalliques, dents céramiques*) transmettent les forces reçues dans une très grande proportion de leur intensité.

- Les solides imparfaits (*tissus de soutien, résines acryliques, alliages stellites*) absorbent selon leur module d'élasticité, une partie plus ou moins importante des forces reçues ou transmises.

c/ des corps matériels homogènes : composés d'un seul corps chimique simple, soit pur
(*fer*), soit complexe
(*acier*).

d/ des corps matériels hétérogènes : composés de plusieurs corps chimiques simples ou composés (*tissu vivant osseux ou muqueux et certains matériaux prothétiques, tels les résines ou les alliages*).

CORPS MATERIELS

Solides parfaits

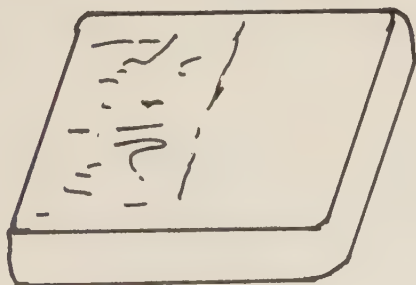


bille d'acier

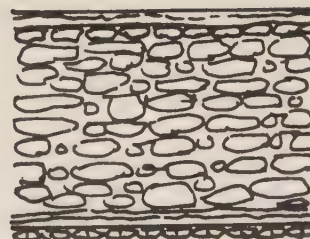


inlay

Solides imparfaits



gomme



tissu ostéo-muqueux

Alliages



homogène = forte cohésion



hétérogène = faible cohésion

SYSTEMES MATERIELS

Quand des corps matériels sont mécaniquement solidaires, l'ensemble de ces corps est appelé "système matériel" (bridge inamovible, prothèse amovible).

Il est fréquent, pour étudier graphiquement et numériquement les variations de position et de mouvement des corps matériels dans l'espace, de ne les considérer que sous l'aspect de surfaces de projection d'axes linéaires ou de points, et de négliger dimensions et volumes.

Il ne faut pas oublier néanmoins, que nos schémas ne représentent pas la réalité en son entier, et que nos conclusions, pour être de quelque valeur, doivent être étendues aux véritables surfaces, et encore plus, aux véritables volumes.

- point matériel : c'est le point qui, en dernière analyse, symbolise tel solide parfait ou imparfait. Il se confond avec le point d'impact de la force qui lui est appliquée.

Un corps, ou le point matériel qui le symbolise peut être : libre
gêné par des liaisons.

- libre : quand rien ne s'oppose à son déplacement, que sa masse ou sa pesanteur
- gêné : quand il est maintenu, retenu ou ralenti dans son déplacement par des liaisons
- liaison : système intermédiaire entre deux autres systèmes matériels (soudure, crochet, "rupteur").

Les appareillages prothétiques, fixes ou amovibles, sont autant de systèmes matériels gênés, mais avec certains degrés dans cette gêne.

SYSTEMES MATERIELS

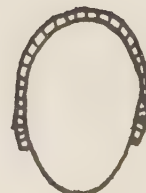
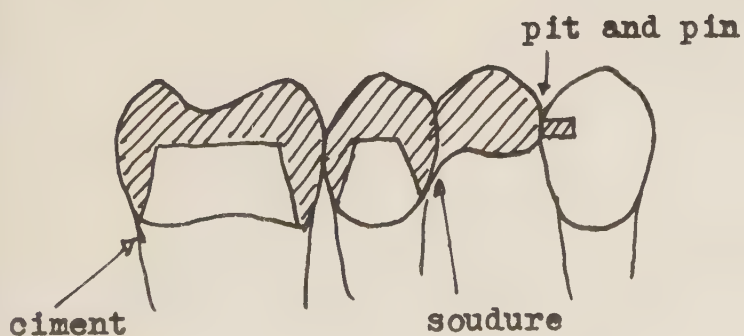


prothèse squelettée



dent Richmond

LIAISONS



Barre de Dolder
et cavaliers

LE MOUVEMENT

C'est la variation temporelle de la position d'un corps matériel, par rapport à la position d'un ou de plusieurs autres corps considérés, dans un espace commun.

- Espace : volume caractérisé par trois plans réciproquement perpendiculaires : horizontal = occlusal en prothèse
saggital = vertical axial
frontal = vertical, perpendiculaire à l'axial.

La mandibule est un corps solide, mobile, se déplaçant dans l'espace, dans des directions différentes, et selon des trajectoires difficiles à déterminer.

- Ses mouvements sont : la rotation selon un axe charnière
la propulsion et la rétropulsion
l'abaissement et l'élévation
la diduction.

L'EQUILIBRE

Il s'oppose au mouvement.

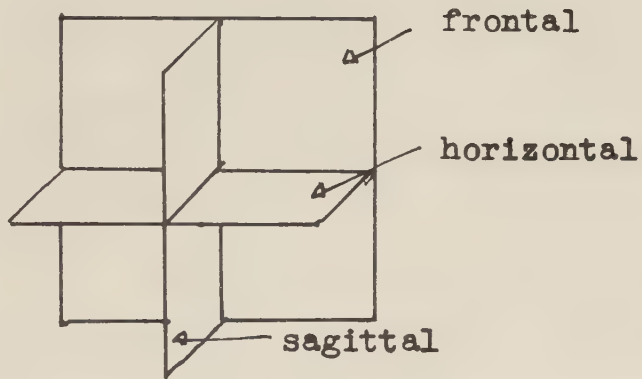
Il est la position plus ou moins durable que l'on désigne sous le nom de "position de repos".

Le mot équilibre suppose donc des forces contraires et nous conduit à préciser le contenu du mot force.

FORCE

On nomme force, toute cause qui tend à modifier l'état de mouvement ou de repos d'un corps.

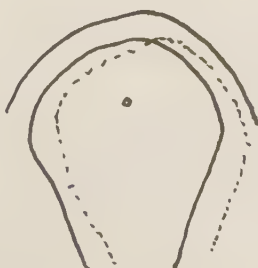
LE MOUVEMENT



propulsion



rotation sagittale



rotation frontale (Bennet)

- La force est la grandeur d'une énergie mesurable graphiquement ou numériquement.
- Une force mesurable numériquement en fonction d'une unité est dite "scalaire".
- L'unité de force est le produit de l'unité de masse, le kilogramme, par l'unité de longueur, le mètre. C'est le kilogrammètre ou KGM.

Mais le plus souvent, les forces sont appréciées graphiquement, et une force est définie par quatre éléments :

- son point d'application,
- sa direction,
- le sens de cette direction,
- son intensité.

Une force orientée et mesurée est dite "vectorielle".
Des forces sont égales quand elles ont la même intensité.
Un système de forces est en équilibre, quand on peut l'appliquer à un corps solide, sans changer l'état de repos ou de mouvement de ce corps.

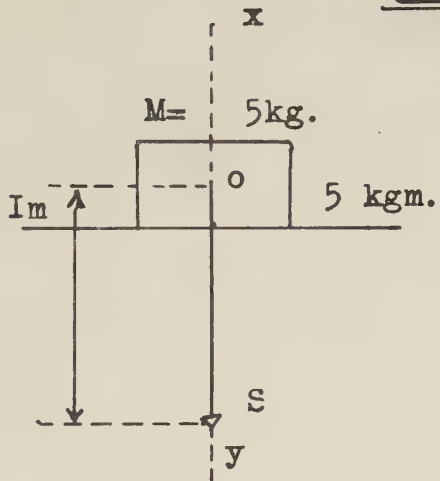
Une force peut être appliquée en un point quelconque de sa direction, pourvu que ce nouveau point soit invariablement lié au premier.

- Résultante. C'est une force unique produisant le même effet que plusieurs autres, dites composantes.

On nomme forces concourantes, celles qui sont situées dans un même plan, et dont les directions se coupent.

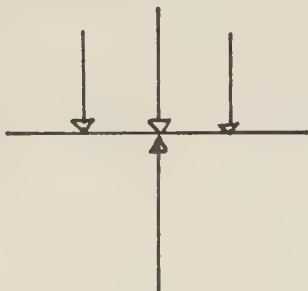
La résultante de deux forces concourantes est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du

LES FORCES

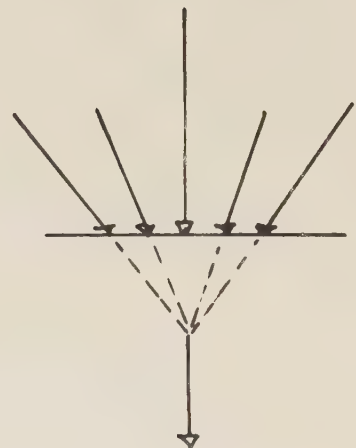


o = origine de la force
M = masse
oS = module de la force
S = sens de la force
xy = ligne d'action

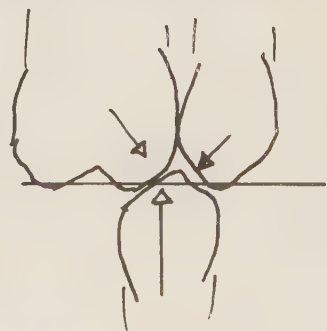
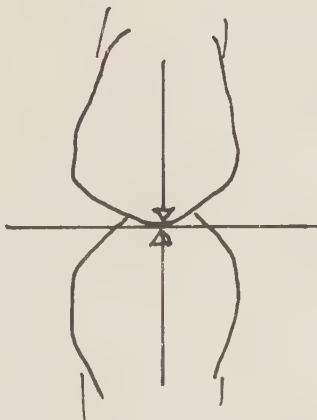
Répartition



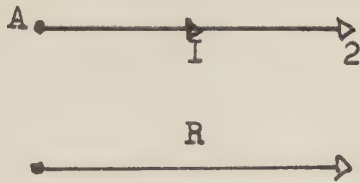
forces régulièrement réparties



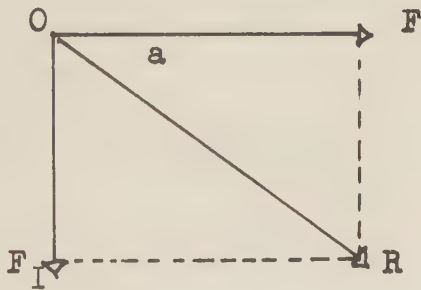
forces concentrées



FORCES et RESULTANTES



$$R = A_I + A_2$$



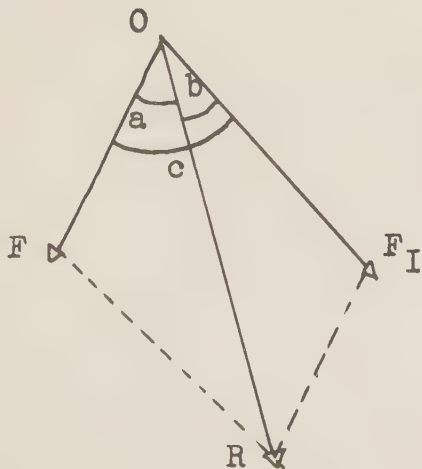
$$R = \sqrt{F^2 + F_I^2}$$

$$F = R \cdot \sin a$$

$$F = F_I \cdot \operatorname{tg} a$$

$$F_I = R \cdot \cos a$$

$$F_I = F \cdot \cotg a$$



$$\frac{F_I}{\sin a} = \frac{F}{\sin b} = \frac{R}{\sin c}$$

$$R^2 = F^2 + F_I^2 + 2 F F_I \cos c$$

parallélogramme construit sur ces deux forces.

La résultante est égale à la somme des projections des composantes sur sa direction.

Résultante de forces parallèles de même sens.

Elle est égale à la somme de leurs intensités, agit dans le même plan et dans le même sens qu'elles.

Résultante de forces parallèles de sens contraire.

Elle est égale à la différence de leurs intensités, agit dans le même plan, et dans le sens de la plus grande force.

Transmission des forces

Elle dépend de plusieurs facteurs : parallélisme ou convergence, égalité ou inégalité de l'intensité, répartition de la surface d'application.

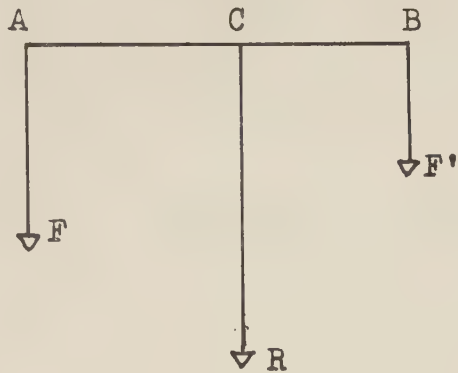
Dans le système bucco-dentaire, la transmission se fait par l'intermédiaire de la mandibule ; la répartition se faisant par l'intermédiaire des aliments sur les surfaces occlusales.

Principe de NEWTON

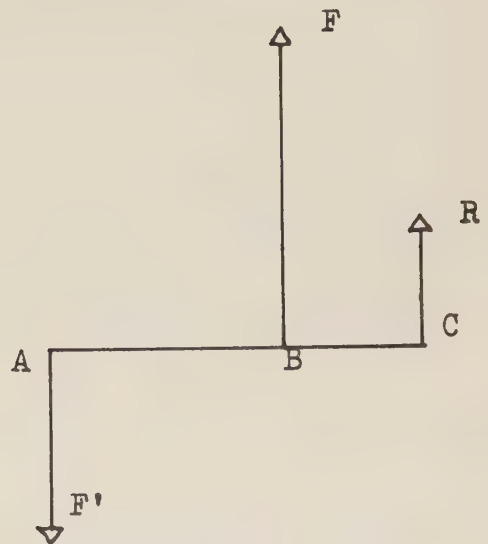
Toute force agissant sur un corps provoque une réaction empruntée, soit à l'inertie du corps, soit à sa cohésion, égale et directement opposée à son action.

- En prothèse dentaire, pour amortir les actions et permettre aux réactions, c'est à dire aux résistances d'équilibre, les forces actives, nous aurons recours à de nombreux moyens : crochets, ressorts élastiques ou matériaux doux d'élasticité et que nous étudierons plus particulièrement.

RESULTANTE de FORCES PARALLELES

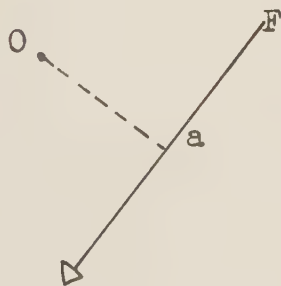


$$\frac{F}{BC} = \frac{F'}{AC} = \frac{R}{AB}$$

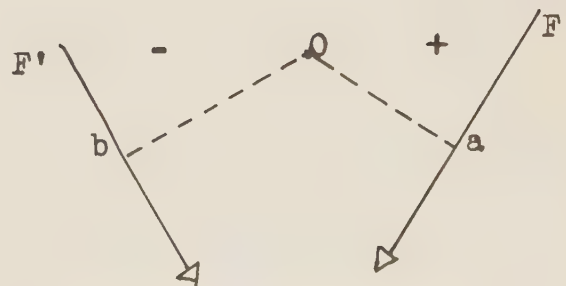


$$\frac{R}{AB} = \frac{F'}{BC} = \frac{F}{AC}$$

MOMENTS



$$M_O = F \times Oa$$



$$M'_O = - F' \times Ob$$

$$M_O = + F \times Oa$$

Moment d'une force par rapport à un point

Le moment est égal au produit de cette force par son bras de levier. Le bras de levier est la perpendiculaire abaissée du point sur la direction de la force.

Théorème de VARIGNON

Le moment de la résultante d'un système plan de forces concourantes par rapport à un centre quelconque, est égal à la somme algébrique des moments des forces composantes, par rapport à ce centre.

- Des moments égaux et de signes contraires se font équilibre.
- Quand un système de forces est en équilibre, la somme algébrique des moments de toutes les forces par rapport à un point quelconque est égale à zéro.

COUPLE

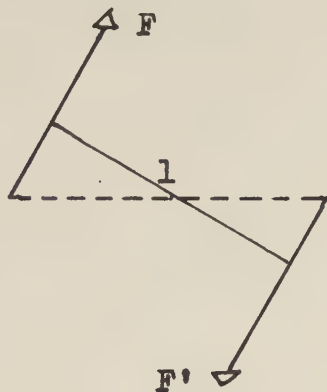
On entend par couple, deux forces parallèles de même intensité et de sens contraire.

- Le moment d'un couple par rapport à un point quelconque situé dans son plan est égal au produit d'une des deux forces par leur distance.

Conditions d'équilibre de forces parallèles situées dans un même plan :

- la somme des projections sur un axe parallèle aux forces, doit être nulle.
- la somme des moments, par rapport à un point quelconque doit être égale à zéro.

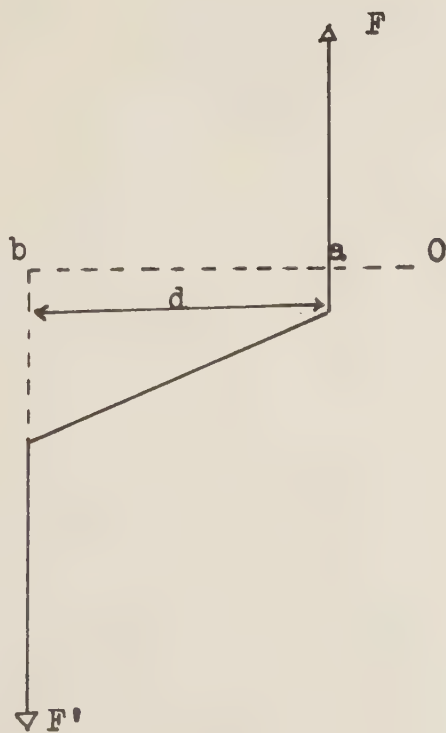
COUPLE



$$F - F' = 0$$

$$C = Fl$$

Moment d'un couple



$$MF' = f' \cdot ob$$

$$MF = f \cdot oa$$

$$MFF' = f (ob - oa)$$

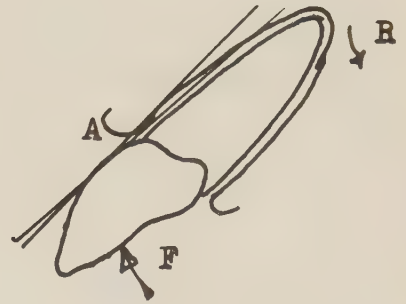
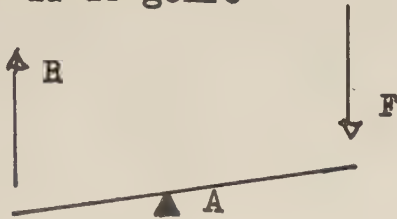
TRAVAIL

Le travail est le produit d'une force par le chemin parcouru.

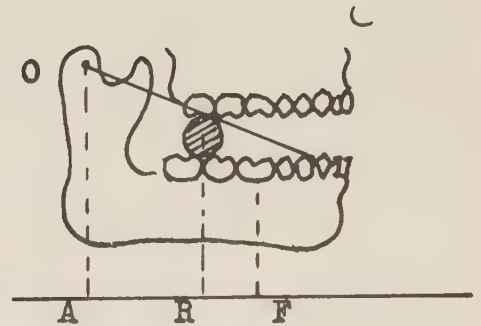
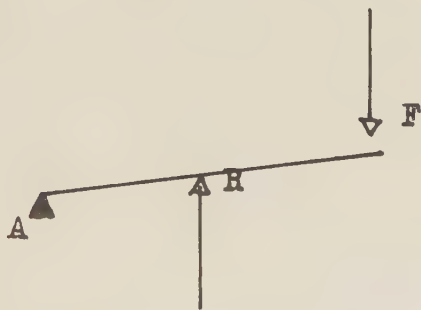
- Charge de rupture. C'est la charge qu'il faut appliquer à un corps donné pour le rompre, par traction, compression, cisaillement, flexion ou torsion (appelée aussi résilience).
- Charge de travail. C'est la charge qui agit sur le corps. On dit aussi charge sollicitante ou effort sollicitant.
- Tension. C'est la charge de travail par mm² de section. On dit aussi, taux de travail.
- Limite d'élasticité. C'est la tension maximum que l'on peut appliquer à un corps, sans obtenir des déformations permanentes.
- Module d'élasticité. C'est le rapport entre la tension sollicitant le corps et la déformation par mètre qu'elle produit. Le module d'élasticité est constant pour un matériau donné.
- Tension de rupture. Tension correspondant à la charge de rupture. Si $\underline{P}$ est la charge de rupture et $\underline{S}$, la section de l'éprouvette, la tension de rupture sera :
$$R = \frac{P}{S} \quad (R \text{ étant la résistance du matériau})$$
- Coefficient de sécurité. Rapport entre la tension de rupture et la tension de service.
- Traction. Un corps est soumis à traction, quand la force sollicitante agit au centre de gravité de sa section, et dans la direction de son axe. L'effort sollicitant produit un allongement de la pièce.

LEVIERS

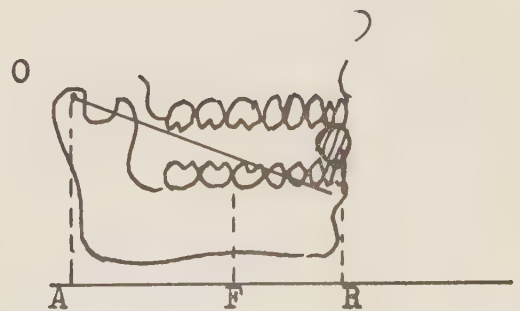
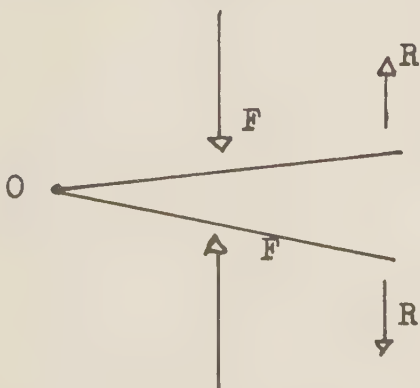
Levier du 1^{er} genre



Levier du 2^{er} genre



Levier du 3^{er} genre



- Compression. Un corps est soumis à compression, quand la force sollicitante agit suivant son axe, et a tendance à faire entrer deux sections voisines l'une dans l'autre. L'effort sollicitant produit un raccourcissement de la pièce.

En prothèse dentaire, nous aurons affaire principalement aux compressions qui seront les tensions les plus fortes, sinon les plus nocives.

MOMENTS D'INERTIE

On appelle moment d'inertie d'une surface par rapport à un axe, la somme des produits de tous les éléments de cette surface, par le carré des distances respectives de ces éléments à cet axe. On le désigne par la lettre I, avec indice de l'axe.

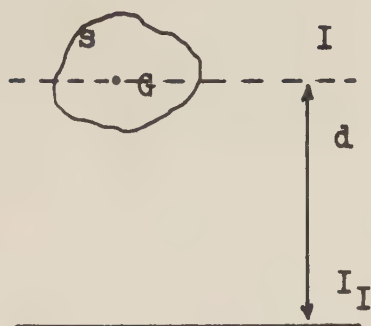
- Le point d'application de la force d'inertie se trouve au centre de gravité.
- La distance entre ce point et l'axe envisagé est nommée "rayon de giration". On le désigne par la lettre i.

Si S est la section considérée : $I = i^2 S$ ou $i = \sqrt{\frac{I}{S}}$

- Moment d'inertie polaire. Quand on prend le moment d'inertie d'une surface par rapport à un axe perpendiculaire à cette surface, on a le moment d'inertie polaire.

Ce moment est égal à la somme des moments d'inertie par rapport à deux axes perpendiculaires passant par le point d'intersection de la surface avec l'axe considéré.

MOMENT d' INERTIE



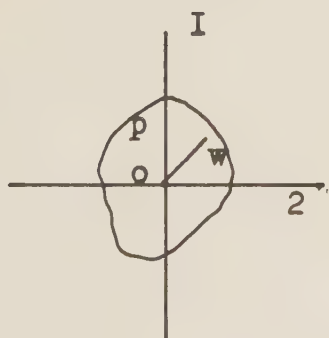
$$I_I = I + s d^2$$

$$I_I = s i^2$$

$$I_I^2 = i^2 + d^2$$

$$i_I = \sqrt{i^2 + d^2}$$

Moment d'inertie polaire



$$I_O = \sum w r^2$$

$$I_O = I_I + I_2$$

$$I_O = s p^2$$

$$p^2 = i_I^2 + i_2^2$$

- La somme des moments d'inertie d'une surface plane par rapport à deux axes rectangulaires passant par le centre de gravité, est une quantité constante.

THEOREME DE HUYGENS

Le moment d'inertie d'un corps, par rapport à un axe donné, est égal au moment d'inertie par rapport à un axe parallèle au premier, et passant par le centre d'inertie du corps augmenté du produit de la masse totale du corps par le carré de la distance entre les axes.

- Flexion. Un corps est soumis à flexion lorsque la force sollicitante est perpendiculaire à celui-ci, et passe par le centre de gravité des sections transversales. La force sollicitante tend à faire varier la courbure initiale.

La flexion peut se produire, sur des corps :

- a) **encastres** à une extrémité, libres à l'autre - (*selles*)
- b) reposant sur deux appuis - (*prothèse partielle amovible*)
- c) avec porte à faux - (*bridge cantilever*)
- d) encastres aux deux extrémités - (*bridges classiques*)

Les charges peuvent être réparties uniformément ou non, sur ces corps.

- Torsion. Un corps est soumis à torsion, lorsque la force sollicitante est un couple agissant dans un plan perpendiculaire à son axe.

Deux sections voisines glissent l'une sur l'autre en tournant dans leur plan, et les fibres se déforment en forme d'hélice.

- Elasticité. Propriété physique d'un corps de reprendre

sa forme initiale, après suppression de la sollicitation. Le corps est parfaitement élastique, s'il recouvre complètement sa forme originale, après suppression de la charge.

Le corps est partiellement élastique, si la déformation produite par les forces externes, ne disparaît pas complètement, après qu'on ait retiré la charge.

THEORIE DU CHOC
EN MECANIQUE RATIONNELLE

THEORIE DU CHOC en Mécanique Rationnelle

A) Equation fondamentale de la théorie du choc

Pendant le mouvement d'un corps soumis à l'action de forces ordinaires, les vitesses des points du corps varient continuellement.

La valeur moyenne de l'impulsion d'une force quelconque étant représentée par :

F_k^m pendant le temps t , on en déduit :

$$m (u_I - v_O) = F_k^m t$$

On constate que lorsque le temps t est infiniment petit, t tend vers zéro,

l'accroissement de la vitesse $V = V_I - V_O$ sera également une valeur infiniment petite.

Mais si parmi les forces agissantes, il se trouve des forces très grandes, de l'ordre de I/t , l'accroissement de la vitesse au cours du temps t , sera une grandeur finie.

Le phénomène au cours duquel les vitesses d'un point du corps varient d'une grandeur finie pendant un intervalle de temps très court est appelé "CHOC".

- les forces qui agissent durant le choc sont appelées :
forces de percussion
- l'intervalle de temps pendant lequel se produit le choc :
temps de choc

Puisque les forces de percussion sont très grandes et varient pendant le choc dans des limites considérables on considère, en qualité de mesure de l'action réciproque des corps, non pas les forces de percussion elles-mêmes, mais leurs impulsions.

L'impulsion de la percussion

$$S_p = \int_0^t F_p dt = F_p^m t$$

est une grandeur finie.

Les impulsions des forces autres que celles de percussion pendant l'intervalle de temps t , seront des grandeurs très petites que l'on peut négliger.

Si on désigne par v , la vitesse du point k à l'instant où débute le choc et par u la vitesse du point k à la fin du choc, l'égalité devient :

$$m (u - v) = \sum S_k$$

La variation de la quantité de mouvement d'un point matériel pendant le choc, est égale à la somme des impulsions de percussion qui agissent sur le point.

C'est l'équation fondamentale de la théorie du choc.

- Cette équation joue dans la théorie du choc, le même rôle que la loi fondamentale de la dynamique dans l'étude des

mouvements sous l'action des forces autres que celles de percussion. Cette loi est la deuxième loi de Galilée, $m w = F$.

- Le produit de la masse d'un point par l'accélération que lui imprime une force donnée est égal à cette force en module, et semblable en direction.

o

On peut déduire des résultats obtenus que :

- 1°- pendant le choc, on peut négliger les déplacements subis par les points du corps et admettre que pendant le choc le corps est immobile.
- 2°- pendant le choc on peut négliger l'action des forces autres que celles de percussion, comme par exemple, la pesanteur.
- 3°- les variations des vitesses des points du corps pendant le choc sont déterminées par l'équation fondamentale de la théorie du choc.

- On voit donc que les forces de choc vont se transmettre à travers les corps avec leurs caractères essentiels et dans certaines conditions : selon la normalité ou l'obliquité de ces forces par rapport au corps (*donc, les angulations des dents naturelles ou des dents prothétiques*)

: selon les caractéristiques du corps considéré (*donc, la rigidité, la dureté et surtout l'élasticité de nos matériaux prothétiques*).

o

B) THEOREMES GENERAUX DE LA THEORIE DU CHOC

I°- Théorème de la variation de la quantité de mouvement d'un système pendant le choc

Considérons un système de n points matériels, où on désignera par S_k^e , la résultante des impulsions de percussion extérieures au point de masse m_k .

par S_k^i , la résultante des impulsions de percussion intérieures au point de masse m_k .

On a, d'après l'égalité précédente :

$$m_k (u_k - v_k) = S_k^e + S_k^i$$

et pour tous les points du système :

$$\sum m_k u_k - \sum m_k v_k = \sum S_k^e + \sum S_k^i$$

La partie gauche de l'égalité représente les quantités de mouvement du système, à la fin et au début du choc. On les désignera par Q_I et Q_O .

La somme des impulsions de percussions intérieures est égale à zéro, en vertu de la propriété des forces intérieures.

- On a donc : $Q_I - Q_O = S_k^e$

d'où : la variation de la quantité de mouvement d'un système pendant le choc, est égale à la somme de tou-

tes les impulsions extérieures de percussion qui agissent sur le système.

2°- Théorème de la variation du moment angulaire résultant, pendant le choc

On pose pour le point de masse m_k , l'équation :

$$m_k u_k = m_k v_k + S_k^e + S_k^i$$

Les vecteurs faisant partie de cette égalité sont appliqués à un point qui, pendant le choc, reste immobile.

Donc, en prenant les moments de ces vecteurs par rapport à un centre O, d'après le théorème de Varignon, on aura :

$$\sum m_o(m_k u_k) = m_o(m_k v_k) + m_o(S_k^e) + m_o(S_k^i)$$

et pour tous les points du système :

$$\sum m_o(m_k u_k) - \sum m_o(m_k v_k) = \sum m_o(S_k^e) + \sum m_o(S_k^i)$$

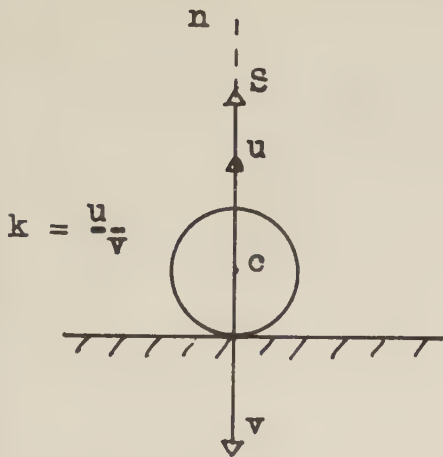
La partie gauche de l'égalité représente les moments angulaires résultant du système, par rapport au centre O, à la fin et au début du choc. On les désignera par K_I et K_o .

Sachant que $\sum m_o(S_k^i)$ est égale à zéro, on aura donc :

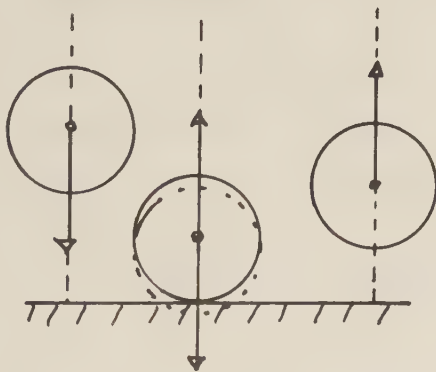
$$K_I - K_o = \sum m_o(S_k^e)$$

Pendant le choc, la variation du moment angulaire résultant du système par rapport à un certain centre, est égale à la somme des moments, par rapport

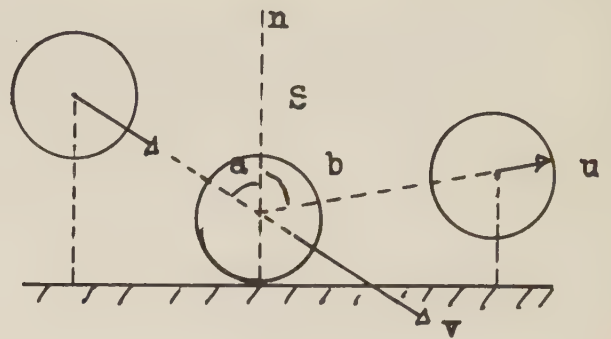
CHOC



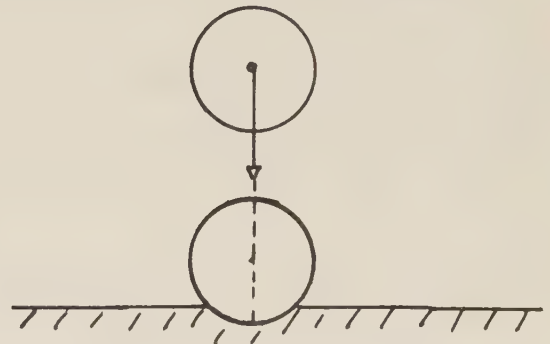
choc direct



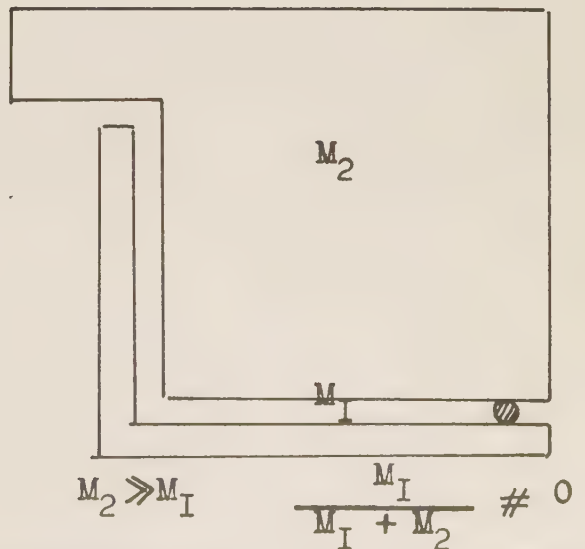
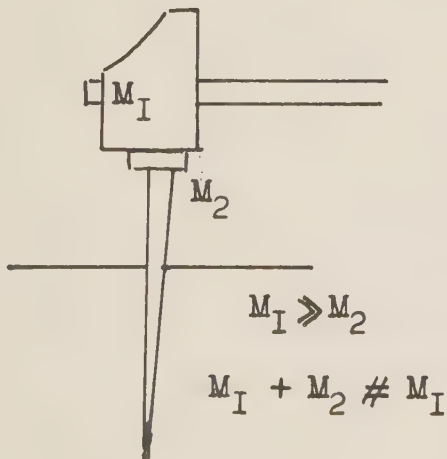
choc parfaitement élastique



choc oblique



choc parfaitement mou



à ce même centre de toutes les impulsions de percussion extérieures qui agissent sur le système.

C) COEFFICIENT DE RESTITUTION au cours d'un choc

L'impulsion de percussion qui apparaît au cours d'un choc de deux corps ne dépend pas seulement de leurs masses et de leurs vitesses avant le choc, mais encore des propriétés élastiques de ces corps, que l'on caractérise par le coefficient de restitution.

Considérons une boule tombant verticalement sur une dalle horizontale, immobile et indéformable. Le choc frontal qui se produira peut être divisé en deux étapes :

- Au cours de la première phase, les vitesses des particules de la boule égales à v diminuent jusqu'à zéro. La boule se déforme alors, et toute son énergie initiale $\frac{1}{2} Mv^2$, se transforme en énergie potentielle intérieure du corps déformé.
- Au cours de la deuxième phase, sous l'action des forces élastiques intérieures, la boule commence à rétablir sa forme. Son énergie cinétique intérieure se transforme en énergie cinétique du mouvement des particules de la boule. A la fin du choc, les vitesses des particules seront égales à u , et l'énergie cinétique à $\frac{1}{2} Mu^2$. Mais toute l'énergie mécanique n'est pas restituée, car une partie est dépensée en déformations résiduelles et en échauffement. Donc, la vitesse sera inférieure à V .

On pourra donc écrire : $k = \frac{u}{v}$

La grandeur K , égale, dans le cas d'un choc frontal d'un corps contre un obstacle immobile, au rapport du module de la vitesse du corps, à la fin du choc, au module de sa vitesse au choc, est appelé :

COEFFICIENT DE RESTITUTION

Ce coefficient de restitution k , représente en fait, l'élasticité du corps.

Les données de l'expérience montrent que si la vitesse v varie entre des limites peu importantes, la grandeur k ne dépend que de la nature des matériaux en contact.

En prothèse dentaire, le coefficient de restitution des matériaux utilisés aura donc une grande importance, car la transmission ou l'absorption des chocs se fera en fonction de leur élasticité.

On considèrera les cas extrêmes de :

Choc parfaitement élastique ($k=1$) au cours duquel l'énergie mécanique après le choc est complètement restituée.

Choc parfaitement mou ($k=0$), lorsque le choc se termine dès la première phase, et où toute l'énergie mécanique du corps est perdue à sa déformation et à son échauffement.

Nous aurons, dans notre domaine prothétique dentaire, à considérer des chocs presque parfaitement mous, où l'énergie mécanique sera dépensée à la déformation, au cours de la mastication.

o

D) CHOC D'UN CORPS CONTRE UN OBSTACLE IMMOBILE

Considérons un corps sphérique de masse M qui heur-

te une dalle immobile et indéformable. La force de percussion qui agit sur le corps sera alors la réaction de la dalle. Appelons S , l'impulsion de cette force pendant le choc. Pour une sphère, le point de contact avec la dalle selon la normale à la surface du corps, passe par le centre d'inertie du corps. Un tel choc est appelé "choc central". Si la vitesse V est dirigée suivant la normale, le choc est dit "direct". Dans le cas contraire, il s'agit de "choc oblique".

I°- Cas d'un choc direct

$$Q_o = Mv$$

$$Q_I = Mu$$

$$\text{on a : } M(U_n - v_n) = S_u$$

or, dans le choc direct :

$$u_n = u \quad v_n = -v \quad S_n = S$$

$$\text{donc } M(u+v) = S$$

$$\text{mais on a aussi : } u = kv$$

$$\text{donc on peut écrire : } S = M(k+1) v$$

L'impulsion de percussion sera d'autant plus grande que le coefficient de restitution k sera plus grand.

Nous constatons à nouveau l'importance du coefficient de restitution, donc de l'élasticité dans la transmission ou l'absorption des forces de choc.

2°- Cas d'un choc oblique

Admettons que; au début du choc, la vitesse V du centre d'inertie du corps forme avec la normale à la dalle, un angle, et à la fin du choc, la vitesse u , un angle. On aura donc en projection sur la tangente t et la normale n

$$M (u_t - v_t) = 0$$

$$M (u_n - v_n) = 0$$

On a : $u = kv$ et en tenant compte des signes de projection
 $u_n = -kv_n$

donc : $u_t = v_t$

$$u_n = -kv_n$$

$$S = M(v_n) (1+k)$$

$$k = \frac{u_n}{v_n} = \frac{tg}{tg}$$

Donc, pendant un choc oblique, le rapport de la tangente de l'angle incident à la tangente de l'angle de réflexion est égal au coefficient de restitution.

o

E) PERTE DE L'ENERGIE CINETIQUE AU COURS D'UN CHOC PARFAITEMENT MOU DE DEUX CORPS

Dans un choc non élastique, il y a perte de l'énergie cinétique des corps entrant en collision. Cette perte est maximale au cours d'un choc parfaitement mou.

Nous allons calculer la grandeur de l'énergie cinétique perdue par le système durant un choc parfaitement mou de deux corps.

- On admet que les corps qui se heurtent sont animés d'un mouvement de translation, et on désignera leur vitesse commune après le choc par u , l'énergie cinétique du système au début du choc par T_o , et à la fin du choc, par T_I .

L'énergie cinétique perdue sera donc : $T_o - T_I$
mais dans le choc parfaitement mou :

$$(M_I + M_2)u_x = M_I v_{Ix} + M_2 v_{2x}$$

$$\text{donc : } T_o - T_I = \frac{1}{2} (M_I v_{Ix}^2 + M_2 v_{2x}^2 - 2M_I v_{Ix} u_x - 2M_2 v_{2x} u_x + M_I u_x^2 + M_2 u_x^2)$$

$$T_o - T_I = \frac{1}{2} M_I (v_{Ix} - u_x)^2 + \frac{1}{2} M_2 (v_{2x} - u_x)^2$$

Les différences $(v_{Ix} - u_x)$ et $(v_{2x} - u_x)$ sont les vitesses perdues dans le choc.

o

F) THEOREME DE CARNOT

L'énergie cinétique perdue par un système de corps au cours d'un choc parfaitement mou, est égale à l'énergie cinétique que posséderait le système, si chacun des corps était animé de la vitesse qu'il a perdue.

Dans le cas particulier d'un choc avec un corps initialement immobile, on aura :

$$v_2 = 0$$

$$\text{et} \quad T_o = \frac{1}{2} M_I v_I^2 \quad \text{et} \quad u = \frac{-M_I v_I}{M_I + M_2}$$

$$T_I = \frac{1}{2} (M_I + M_2) u^2$$

$$T_I = \frac{M_I}{M_I + M_2} T_o$$

Nous allons examiner deux cas particulièrement intéressants :

1°- la masse du corps choquant est beaucoup plus grande que celle du corps choqué : $M_I \gg M_2$

On peut donc admettre que $M_I + M_2 \neq M_I$ et donc $T_I \neq T_o$

Donc, bien que le choc soit parfaitement mou, la perte d'énergie élastique est insignifiante, et après le choc, le système se déplace avec une énergie cinétique sensiblement égale à celle qu'il avait au début du choc.

- C'est le résultat recherché lorsqu'on enfonce des clous. La masse du marteau doit être beaucoup plus grande que celle du clou. *En prothèse, c'est le type de choc qui se produit lorsqu'il y a des contacts prématurés. C'est le genre de choc qu'il faudra essayer d'éviter.*

2°- La masse du corps choquant est beaucoup plus petite que la masse du corps choqué. $M_2 \gg M_I$

On peut admettre que $\frac{M_I}{M_I + M_2} \neq 0$, donc $T_I \neq 0$

L'énergie cinétique est presque entièrement dépensée à la déformation des corps qui se heurtent. A la fin du choc, on peut admettre que les corps sont immobiles.

- C'est le résultat recherché quand on veut déformer les corps, donc c'est le cas des chocs que nous rencontrerons au cours de la mastication.

o

G) CHOC AVEC UN CORPS EN ROTATION

Considérons un corps ayant un axe de rotation z . Supposons qu'à un certain moment, une impulsion de percussion S soit appliquée au corps, on aura :

$$K_{Iz} - K_{Oz} = m_z(S)$$

car les moments par rapport à l'axe z des réactions impulsives S_a et S_b qui apparaissent dans les paliers seront égaux à zéro.

Si au début du choc, le corps avait une vitesse angulaire w_0 qui, à la fin du choc sera w_I :

$$K_{Oz} = J_{zwo}$$

$$K_{Iz} = J_{zwI}$$

donc : $J_z(w_I - w_0) = m_z(S)$

$$w_I = w_0 + \frac{m_z(S)}{J_z}$$

La vitesse angulaire du corps, pendant le choc, varie d'une grandeur égale au quotient du moment de l'impulsion de percussion, par le moment d'inertie du corps, par rapport à l'axe de rotation.

o

H) CENTRE DE CHOC

Au cours d'un choc, certaines réactions impulsives apparaissent aux points de fixation de l'axe qui peuvent accélérer l'usure des paliers ou même les détruire.

Nous chercherons les conditions pour lesquelles un choc contre un corps fixé sur un axe ne provoque pas de réactions impulsives.

Considérons un corps ayant un plan de symétrie Oxy et fixé sur un axe AB, perpendiculaire à ce plan.

- Menons l'axe Oy par le centre d'inertie C du corps et posons $OC = a$. On admet qu'au début du choc, le corps est immobile, donc $w_0 = 0$.

Lorsque sur le corps, agit une impulsion de percussion S disposée dans le plan de symétrie, des réactions impulsives S_A et S_B apparaissent dans les paliers, et on aura:

$$Q_I - Q_0 = S + S_A + S_B$$

et dans le cas examiné, $Q_0 = 0$ et $Q_I = mu_c$ ou u_c désigne la vitesse d'inertie du corps à la fin du choc.

- On voit que la condition $S_A = S_B = 0$ est remplie si $S_A = Mu_c$.

- Il en résulte que l'impulsion S doit être parallèle à la vitesse u_c , donc perpendiculaire à l'axe Oc .
- De l'égalité des vecteurs résulte l'égalité de leurs modules. On aura donc :

$$S = Mu_c = Maw_I$$

$$w_I = \frac{m_z(S)}{J_z} = \frac{Sh}{J_z}$$

$$\text{donc } h = \frac{J_z}{Ma}$$

- On connaît donc à quelle distance h de l'axe doit être appliquée l'impulsion de percussion.
- Le point K par lequel passera alors l'impulsion de percussion est appelé "centre de choc".

Ce phénomène d'impulsion inversée, qui est en fait une application de la loi des leviers, s'appelle choc en retour. Nous verrons ces chocs en retour avec des prothèses amovibles complètes présentant des prématurités dans la région incisive. Le choc en retour aura lieu au niveau du point d'application des forces musculaires, donc au niveau molaire. Nous verrons également des chocs en retour dans le cas d'une arcade résiduelle antérieure qui devient traumatogène: soit par extrusion, soit par ingression de la prothèse postérieure. Il est recommandé d'éviter ces chocs antérieurs, et donc de laisser une certaine hémance incisive lorsqu'on aura des appareillages complets, opposés à des appareillages complets, mais aussi à une arcade résiduelle antérieure.

Nous avons vu, dans cette étude succincte de la théorie du choc en mécanique rationnelle, les effets de choc en fonction de :

- a - la direction du choc : choc direct
choc oblique
- b - l'élasticité des corps : choc parfaitement élastique
choc parfaitement mou
- c - la masse des corps : corps choquant
corps choqué

Nous avons vu également que, sauf dans les cas de chocs en retour dans le domaine prothétique, nous aurons affaire essentiellement à des chocs presque toujours parfaitement mous, où l'énergie cinétique des corps qui se heurtent est dépensée à leurs déformations.

Nous allons donc maintenant calculer cette énergie de déformation, pratiquement d'abord et surtout expérimentalement, pour les différentes sortes de chocs que pourront subir nos appareillages prothétiques :

- 1°- par compression
- 2°- par torsion
- 3°- par flexion

C H O C E T E N E R G I E

D E D E F O R M A T I O N

a) GENERALITES

CHAPITRE I

RESISTANCE DES MATERIAUX AUX CHOCES

PRINCIPE DE L'EGALITE DU TRAVAIL DE

CHOC ET DU TRAVAIL DE DEFORMATION ELASTIQUE

Tout corps matériel recevant un choc se déforme, et c'est justement parce que cette déformation a lieu que le corps peut résister.

En effet, tout choc peut être exprimé par un travail, c'est-à-dire le produit d'une force par le chemin parcouru. Si le corps recevant le choc n'était pas susceptible de déformation, le chemin parcouru par le point d'application de l'effort serait nul. Donc, l'effort serait infini et le corps ne pourrait résister.

Les déformations des différents éléments d'un corps matériel doivent donc être telles qu'elles puissent absorber tous les travaux parasites qui ne sont pas instantanément absorbés par le travail résistant.

Pour que les corps résistent, il faut encore que ces déformations soient élastiques, c'est-à-dire qu'en aucun cas, la charge limite d'élasticité réelle ne soit atteinte. Autrement, à chaque répétition du choc, il y aurait une petite déformation permanente et le corps considéré arriverait fatalement à se rompre après un certain temps de fonctionnement.

La première condition pour qu'un corps puisse résister à une suite de chocs répétés, est que celui-ci puisse reprendre sa forme première et son état initial après un nombre quelconque de chocs.

- C'est là le principe de l'égalité du travail de choc et du travail de déformation élastique.

Nous voyons donc qu'en prothèse, où nos appareillages seront soumis aux différentes sortes de chocs que nous avons étudiés dans les chapitres précédents, nous ne devons pas seulement considérer les matériaux utilisés comme des agents de transmission d'efforts, mais également, comme des agents d'absorption de travaux.

La détermination de leurs dimensions ou de leur nature doit surtout tenir compte de cette fonction qu'ils ont à remplir.

Tous les matériaux que nous employons ne sont pas capables d'absorber la même quantité de travail élastique.

Pour un même matériau, cette quantité de travail est variable et dépend aussi du mode d'action du travail.

o

L'étude de la capacité d'absorption du travail élastique par les matériaux que nous employons, suivant leur nature et le mode d'action du travail, sera faite dans les chapitres suivants :

(Dans cette étude, il est fait l'hypothèse suivante :
lorsqu'un matériel reçoit un choc, on admet que
pendant toute la période de déformation élastique,
la transmission des efforts dans toute la masse du
corps est instantanée.

- Cette hypothèse n'est pas exacte théoriquement, car elle suppose que la vitesse de propagation du choc est infinie, ce qui n'est pas le cas. Mais comme cette vitesse est toujours très grande par rapport à la vitesse des chocs étudiés en pratique, les résultats obtenus en faisant cette hypothèse ont une approximation suffisante, pour être admis comme exacts. Dans les applications que nous étudierons, presque toujours la résultante des efforts agissant sur le corps ne dépassera pas la charge limite d'élasticité.

Différence entre : l'action des efforts statiques et
l'action des réactions de choc.

Dans les efforts statiques, il y a charge lente.

Dans les travaux de choc, il y a charge instantanée.

- Ces actions peuvent être tout à fait différentes.

Dans la résistance des matériaux aux charges statiques, il s'agit de forces agissant sur les corps, et il convient de déterminer la section de ceux-ci pour supporter les efforts.

Dans la résistance des matériaux aux chocs, il s'agit de travaux devant être absorbés par un corps ou un système matériel, et il convient de déterminer les volumes de ces corps pour absorber les travaux.

(L'action de la charge statique est supportée entièrement par chaque élément du système matériel, tandis que
l'action du travail de choc est divisée par le nombre des
éléments du corps ou du système matériel.

- C'est là, la différence fondamentale entre l'action d'une force et la réaction d'un choc sur un système matériel.

CHAPITRE II

DEFINITION DE LA RESISTANCE ELASTIQUE CALCUL DU TRAVAIL ELASTIQUE DE DEFORMATION A LA COMPRESSION

Pour tous les calculs et expériences qui vont suivre, nous avons utilisé des éprouvettes d'essai, et ce, dans les différents matériaux les plus couramment utilisés en prothèse.

Les dimensions de ces éprouvettes cylindriques sont constantes. Leur longueur " ℓ " est de 10 millimètres.

Leur diamètre " d " est de 10 millimètres.

Soit une éprouvette de section constante " s " et de longueur " ℓ ", fixée par sa partie inférieure à un appui fixe et supposé indéformable, soumise à sa partie supérieure à une force de compression croissante de 0 à P . La force finale de compression P est telle que la charge par millimètre carré de la section s , c'est-à-dire la contrainte " r ", est inférieure à la charge limite d'élasticité du matériau employé.

Lorsque la charge P est atteinte, on constate un raccourcissement " e " qui peut être exprimé en fonction du module d'élasticité du matériau " E " par la formule :

$$e = \frac{P\ell}{sE} \quad (I)$$

A la fin de l'opération, l'éprouvette a absorbé par son raccourcissement un certain travail élastique, puisque le point d'application de la charge croissante P, s'est déplacé de la longueur e'.

Robert HOOKE en 1678 dans son mémoire "De potentia restutiva" a exprimé cette simple relation linéaire entre effort et allongement.

C'est la LOI DE HOOKE :

L'allongement est proportionnel à l'effort de traction ou de compression, à la longueur et inversement proportionnel à l'aire de la section droite et au module d'élasticité.

La contrainte par unité d'aire de section, appelée simplement contrainte, désignée par "r", est donc :

$$r = \frac{P}{S} \quad \text{ou} \quad P = rS \quad (2)$$

Les efforts seront mesurés en newtons, et les aires en centimètres carrés. La contrainte sera donc exprimée en bars, qui sont des kgf/cm².

Le raccourcissement de l'éprouvette est déterminé par l'équation :

$$\epsilon = \frac{e}{l} \quad (3)$$

qui représente le raccourcissement unitaire, ou encore la déformation de compression.

En utilisant les équations (1), (2) et (3), la loi de Hooke s'écrit aussi sous la forme suivante :

$$E = \frac{r}{\epsilon} \quad (4)$$

Le module d'élasticité est donc égal à la contrainte sur la déformation unitaire.

Ce module d'élasticité est encore appelé module de YOUNG.

- NB. Les équations (1) à (4) s'utilisent indifféremment dans les cas de compression ou de traction.

Le travail élastique absorbé par l'éprouvette peut être déterminé en évaluant le travail élémentaire "dT" correspondant à un raccourcissement de l'éprouvette, lorsque celle-ci est déjà raccourcie de la longueur e'.

Pendant le raccourcissement élémentaire "de'", l'effort peut être considéré constant. En appelant "p" cet effort, la valeur du travail élémentaire considéré sera:

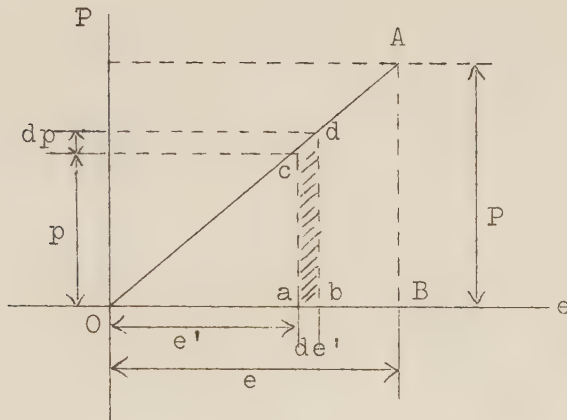
$$dT = pde' \quad (5)$$

L'effort p peut être déterminé en fonction de e', de P et de e, en écrivant que les raccourcissements sont proportionnels aux charges, selon la loi de Hooke, ce qui est valable puisque la limite d'élasticité n'est pas atteinte.

Si la déformation reste dans les limites d'élasticité, le travail produit est complètement transformé en énergie potentielle et il est restitué lors d'un déchargement progressif de l'éprouvette déformée.

La représentation graphique de ces données, en mettant les raccourcissements en abscisses et les charges en

ordonnées, le travail élémentaire dT sera représenté par l'aire hachurée du trapèze $abcd$.



Le travail total, pendant le processus d'utilisation, c'est-à-dire, lorsque la charge croît de 0 à P représente la somme de toutes ces aires élémentaires. Il est donc égal à l'aire du triangle OAB .

Ce travail exprime l'énergie totale T emmagasinée dans l'éprouvette pendant la sollicitation.

- donc, d'après la loi de Hooke :

$$\frac{e}{e'} = \frac{P}{p}$$

d'où
$$p = \frac{Pe'}{e}$$

et, en remplaçant p par sa valeur dans l'équation (5) :

$$dT = \frac{P}{e} e' de'$$

Le travail total de déformation élastique se détermine en intégrant de zéro à e .

$$T = \int_0^e \frac{P}{e} \cdot e' de'$$

$$T = \frac{P}{e} \int_0^e e' de'$$

$$T = \frac{Pe^2}{2e}$$

$$T = \frac{Pe}{2} \quad (6)$$

- T est la valeur du travail élastique de déformation en fonction de la charge finale et du raccourcissement.

De cette équation découlent les expressions :

$$T = \frac{P^2 \ell}{2sE} \quad (7)$$

$$T = \frac{Ese^2}{2\ell} \quad (8)$$

- la première donne l'énergie de déformation en fonction de charge P , et la deuxième, en fonction du raccourcissement.

Donc, pour une éprouvette de dimensions et de module d'élasticité connus, l'énergie de déformation est complètement déterminée par la valeur de l'effort P , ou par celle du raccourcissement e .

Dans l'équation $T = \frac{Pe}{2}$, remplaçons P par sa valeur rs donnée par l'équation (2) et e par sa valeur $\frac{P \ell}{sE}$ de l'équation (1), d'où :

$$T = \frac{r^2 s_l}{2E}$$

- mais s_l représente le volume "v" de l'éprouvette, donc

$$T = \frac{r^2 v}{2 E} \quad (9)$$

Cette expression montre que le travail élastique absorbé, par l'allongement ou le raccourcissement d'une éprouvette travaillant à la traction ou à la compression, est proportionnel au carré de la charge finale par millimètre carré, au volume de l'éprouvette, et inversement proportionnel au module d'élasticité du matériau dont est constituée l'éprouvette. Le volume étant constant, ce travail est donc indépendant de la section et de la longueur.

L'énergie de déformation par unité de volume "w" peut donc s'écrire :

$$w = \frac{r^2}{2E} \quad (10)$$

$$\text{d'où} \quad w = \frac{E \epsilon^2}{2}$$

Puisqu'il a été supposé que la limite d'élasticité n'était pas atteinte, l'éprouvette reprendra sa longueur primitive dès que la charge P sera supprimée. Elle pourra donc absorber une suite de travaux égaux à T quelle que soit leur vitesse d'application, sans déformation permanente ni détérioration.

Le travail maximum que l'éprouvette pourra absorber sans déformation permanente correspondra à celui pour lequel la charge r sera égale à la charge limite d'élasticité "L" donc :

$$T = \frac{L^2 v}{2 E} \quad (11)$$

En rapportant ce travail à l'unité de volume, on aura une nouvelle caractéristique du matériau. C'est cette caractéristique qui définit la résistance du matériau au choc qui est appelée résistance élastique ou module de résilience.

La résistance élastique d'un matériau est le travail maximum de compression ou de traction que peut absorber l'unité de volume de ce matériau sans déformation permanente si petite soit elle.

- En prenant L et E en kilogrammes par millimètres carrés, la valeur de la résistance élastique "R_e" correspondant à un décimètre cube de matériau est :

$$R_e = \frac{1000 L^2}{2 E} \quad (12)$$

La résistance élastique spécifique "R_s" est la résistance élastique à l'unité de poids, donc si D est la densité du matériau considéré :

$$R_s = \frac{1000 L^2}{2 E D} \quad (13)$$

- Nous allons donner pour quelques matériaux les valeurs de leur densité D, de leur module d'élasticité E, de leur limite élastique L, ainsi que de leur résistance élastique R_e et de leur résistance élastique spécifique R_s.

Matériau	Densité	E Hectobars	L Hectobars	R _e m da N/cm ³	R _s m da N/cm ³
Acier	7,8	21 x 10 ³	20	9,5	1,22
Tôle d'acier	7,8	21 x 10 ³	84	168	21,6
Cuivre	8,5	11,2x 10 ³	3	0,4	0,047
Plomb	11,4	5 x 10 ²	0,44	0,19	0,016
Etain	7,28	32 x 10 ²	0,90	0,12	0,016
Zinc	7,1	9,5x 10 ³	1,5	0,12	0,017
Caoutchouc	0,93	105	0,21	210	226

Ce tableau montre que la quantité d'énergie accumulée dans une masse donnée de caoutchouc est dix fois plus grande que celle emmagasinée dans la tôle d'acier, et environ 170 fois supérieure à celle de l'acier.

o

Remarques sur les charges limites d'élasticité L.

Les charges limites d'élasticité de ce tableau ont été déterminées par l'essai de compression sous charge statique. Ces charges sont supérieures aux véritables charges limites d'endurance. Des expériences plus complètes ont été faites à ce sujet par de BAWCHINGER, MOORE et ROMMERS, Mc ADAM, et surtout WOLHER, dans son étude sur les efforts répétés.

Il en résulte que la limite d'élasticité véritable est comprise entre la moitié et les 2/3 de L.

Pour conserver un coefficient de sécurité suffisant, on ne dépassera pas le $\frac{1}{4}$ de L (ce qui donne un coefficient de sécurité de 2 à 3). Cette contrainte de sécurité s'appelle aussi "contrainte d'utilisation".

CHAPITRE III

RESISTANCE DES MATERIAUX AUX CHOCS PAR TRACTION OU COMPRESSION

Dans ces chapitres de résistance des matériaux aux chocs, toutes les dimensions : longueur, largeur, épaisseur, et diamètre seront prises en millimètres ; les taux de fatigue, charges limites d'élasticité et modules d'élasticité, en kilogrammes par millimètre carré de section ; les travaux, en kilogrammètres, et les vitesses en mètre par seconde.

Il ne sera pas tenu compte, dans les calculs qui vont suivre, des travaux d'inertie correspondant aux déformations des corps choqués (allongement ou raccourcissement). On peut en effet les négliger, car ils sont très petits, par rapport aux travaux élastiques absorbés par la déformation.

Il ne sera pas davantage tenu compte des effets de frottement internes, qui se produisent avant toute déformation et correspondent à un travail dont une partie se transforme en chaleur, ces matériaux n'étant pas parfaitement élastiques.

Ces frottements sont du reste, excessivement faibles, comme c'est le cas, en prothèse dentaire, où les déformations correspondent à des contraintes qui sont des fractions de la charge limite d'élasticité.

Détermination de la charge maxima par mm², et de la réaction sur l'appui d'une éprouvette de section constante subissant un travail de choc à la traction ou à la compression

Soit l'éprouvette A de section constante s et de longueur l , reposant par sa base, sur une pièce B que nous supposerons fixe et indéformable, et recevant sur sa section supérieure, un choc dont la direction se confond avec l'axe de l'éprouvette, et dont la valeur est exprimée par T en kilogrammètres.

Soit E , le module d'élasticité du matériau de l'éprouvette, et r , la charge maxima par mm², à la fin de la première partie du choc.

A ce moment, tout le travail de choc T est absorbé par la déformation élastique de la pièce A. On peut donc écrire :

$$T = \frac{r^2 s l}{2000 E} \quad (14) \quad \text{et} \quad T_m = \frac{L^2 s l}{2000 E}$$

$$\text{d'où} \quad r = \sqrt{\frac{2000 E T}{s l}} \quad (15) \quad r = \sqrt{\frac{2000 E T}{v}}$$

La charge est donc proportionnelle à la racine carrée du travail de choc et du module d'élasticité du matériau, et inversement proportionnelle à la racine carrée du volume de l'éprouvette.

La réaction de l'éprouvette A sur l'appui à la fin de la première partie du choc est évidemment égale à sr soit :

$$Q = sr = s \sqrt{\frac{2000 E T}{sc}} = \sqrt{\frac{2000 E Ts}{l}} \quad (16)$$

Cette réaction est proportionnelle à la racine carrée du produit du travail de choc par la section, et par le module d'élasticité. Elle est inversement proportionnelle à la racine carrée de la longueur.

Donc, pour avoir des réactions de choc faibles et éviter déformations ou fractures, il est intéressant d'employer des matériaux à faible module d'élasticité.

Au contraire, si on recherche de fortes réactions de choc, comme c'est le cas pour la dilacération par les dents, il est intéressant de choisir des matériaux à fort module d'élasticité.

Les réactions de choc étant proportionnelles à la racine carrée du quotient de la section par la longueur, les organes qui ont à transmettre des chocs, doivent être courts et trapus.

Nous voyons dans cette formule (15), que la contrainte r sous une charge de choc par compression, est de formule toute différente de celle de la contrainte sous une charge statique, où celle-ci est indépendante de E et de l .

Donc, dans le cas du choc par traction ou compression la contrainte pourra être réduite, non seulement par un accroissement de la section, mais encore, par un accroissement de la longueur de l'éprouvette, ou par une diminution du module d'élasticité E .

Nous voyons ici le rapport existant entre la contrainte et le module d'élasticité, qui nous servira, dans nos applications en prothèse.

Superposition des effets de choc

Ici aussi, nous allons trouver des résultats différents de ceux d'un corps soumis à plusieurs efforts statiques.

En effet, lorsqu'une éprouvette est soumise à divers efforts statiques de même sens, la charge par mm² dans la section la plus chargée, est égale à la somme des différentes charges provoquées individuellement par chacun des efforts.

Lorsqu'une éprouvette est soumise à la fois à un ou plusieurs efforts statiques, et à un travail de choc dans le même sens, la charge résultante finale est la somme des charges résultantes des efforts statiques et du travail de choc.

Mais lorsqu'une éprouvette est soumise au même instant à deux ou plusieurs travaux de choc, la charge résultante finale n'est plus égale à la somme des charges individuelles correspondant à chacun des travaux. Elle est égale à la racine carrée de la somme des carrés de ces charges.

Supposons que l'éprouvette reçoive au même instant, deux chocs, dont l'intensité est exprimée par les travaux T_1 et T_2 ; si nous appelons r_1 et r_2 , les charges par mm² résultant de l'absorption par l'éprouvette des travaux

de choc T_I et T_2 on peut écrire :

$$r_I^2 = \frac{2000 E T_I}{s \ell}$$

$$r_2^2 = \frac{2000 E T_2}{s \ell}$$

$$\text{donc : } r_I^2 + r_2^2 = \frac{2000 E}{s \ell} (T_I + T_2)$$

Si R représente la charge correspondant aux travaux de choc T_I et T_2 :

$$R^2 = \frac{2000 E (T_I + T_2)}{s \ell}$$

$$\text{d'où : } R^2 = r_I^2 + r_2^2 \quad \text{et} \quad R = \sqrt{r_I^2 + r_2^2}$$

Lorsqu'un corps doit absorber, au même instant, plusieurs travaux de choc de même sens, la charge maxima est égale à la racine carrée de la somme des carrés des différentes charges correspondant aux divers travaux pris isolément.

CHAPITRE IV

RESISTANCE DES MATERIAUX AUX CHOCS PAR TORSION

Nous conserverons dans ce chapitre, les mêmes unités de mesure, qu'au chapitre précédent. Toutes les dimensions seront exprimées en millimètres, les charges en kilo par mm², les travaux, en kilogrammètres, et les vitesses, en mètres par seconde.

Nous désignerons :

- par C, la charge limite d'élasticité à la torsion,
- par G, le module d'élasticité transversal.

Soit une éprouvette de section constante $\underline{s}$, encastree par une de ses extrémités dans la pièce $\underline{B}$, indéformable, et soumise, à l'autre extrémité, à une force $\underline{P}$, croissant progressivement, et située à une distance $\underline{p}$ de l'axe de l'éprouvette. La force P est supposée située dans un plan perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette, de façon à faire travailler celle-ci, uniquement à la torsion.

Si $\underline{l}$ est la longueur de l'éprouvette, et $\underline{I}_0$ son moment d'inertie polaire $\underline{a}$, la distance des fibres les plus éloignées du centre de gravité, et $\underline{r}$, la contrainte, nous avons :

$$P_{\rho} = \frac{I_o r}{a}$$

d'où

$$r = \frac{P_{\rho} a}{I_o}$$

L'angle de torsion sur la longueur de la pièce est :

$$\hat{A} = \frac{P_{\rho} \ell}{G I_o}$$

Lorsque la force P est atteinte, le chemin parcouru par le point d'application de cette force est :

$$e = \frac{P_{\rho} \ell}{G I_o}$$

Nous procéderons par intégration, pour calculer le travail de torsion correspondant à ce déplacement.

$$T = \frac{P^2 \ell}{1000 G I_o} \int_0^P P_I d P_I$$

$$T = \frac{P^2 \ell}{1000 G I_o} \times \frac{P^2}{2} = \frac{P^2 \ell}{2000 G I_o}$$

mais : $P_{\rho}^2 = \frac{I_o^2 r^2 \ell}{a^2}$

donc

$$T = \frac{I_o^2 r^2 \ell}{2000 a^2 I_o G}$$

$$T = \frac{r^2 I_o}{2000 a^2 G}$$

Le travail maximum a lieu lorsque r est égal à C :

$$T_m = \frac{C^2 I_o \ell}{2000 G a^2} \quad (17)$$

Pour une même section et une même longueur de l'éprouvette, le travail est donc proportionnel au carré de la charge limite d'élasticité, et inversement proportionnel au module d'élasticité à la torsion. Ce module d'élasticité à la torsion est appelé aussi : module de rigidité.

- Détermination de la charge maxima par millimètre carré et de la réaction de l'appui d'une éprouvette de section constante, absorbant un travail de choc par torsion

La pièce d'appui étant supposée fixe et indéformable, nous appliquons à l'éprouvette, à la distance d , un choc de torsion de T kilogrammètres.

$$T = \frac{r^2 I_o \ell}{2000 a^2 G}$$

$$\text{d'où} \quad r = \sqrt{\frac{2000 G T a^2}{I_o \ell}} \quad (18)$$

Le couple P_p représente aussi la réaction de l'appui sur l'éprouvette :

$$P_p = \frac{I_o^2}{a} = \frac{I_o}{a} \sqrt{\frac{2000 G T a^2}{I_o \ell}}$$

$$P_p = \sqrt{\frac{2000 T G I_o}{\ell}}$$

Faisons le calcul pour notre éprouvette cylindrique sachant que $\ell = 10$ mm et $d = 10$ mm.

Le moment d'inertie polaire de la section est donc :

$$I_o = \frac{d^4}{32}$$

La distance des fibres les plus éloignées du centre de gravité est :

$$a = \frac{d}{2}$$

$$\text{donc : } r = \sqrt{\frac{2000 \text{ T } d^2 G}{\frac{d^4 \ell}{8}}}$$

$$r = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{1000 \text{ T } G}{\ell}}$$

or : $\frac{d^2}{4} = s$, surface de la section considérée, et

$\frac{d^2 \ell}{4} = v$, volume de l'éprouvette

$$r = \sqrt{\frac{4000 \text{ T } G}{v}} \quad (19)$$

Pour un travail de choc donné, la charge est donc, inversement proportionnelle au diamètre et à la racine carrée de la longueur, ou inversement proportionnelle au volume.

La charge est aussi proportionnelle à la racine carrée du travail de choc et du module d'élasticité à la torsion.

La réaction de l'appui est égale au couple de torsion, soit :

$$P = \sqrt{\frac{2000 \text{ T } G \pi d^4}{32}}$$

$$P = \frac{d^2}{4} \sqrt{\frac{1000 \text{ T } G \pi}{\ell}}$$

La distance des fibres les plus éloignées du centre de gravité est :

$$a = \frac{d}{2}$$

$$\text{donc : } r = \sqrt{\frac{2000 T d^2 G}{\frac{d^4 l}{8}}}$$

$$r = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{1000 T G}{l}}$$

or : $\frac{d^2}{4} = s$, surface de la section considérée, et

$\frac{d^2 l}{4} = v$, volume de l'éprouvette

$$r = \sqrt{\frac{4000 T G}{v}} \quad (19)$$

Pour un travail de choc donné, la charge est donc, inversement proportionnelle au diamètre et à la racine carrée de la longueur, ou inversement proportionnelle au volume.

La charge est aussi proportionnelle à la racine carrée du travail de choc et du module d'élasticité à la torsion.

La réaction de l'appui est égale au couple de torsion, soit :

$$P = \sqrt{\frac{2000 T G \pi d^4}{32}}$$

$$P = \frac{d^2}{4} \sqrt{\frac{1000 T G \pi}{l}}$$

La réaction est proportionnelle au carré du diamètre et inversement proportionnelle à la racine carrée de la longueur.

Le travail de choc maximum que peut absorber une éprouvette cylindrique travaillant à la torsion est :

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{C^2 \pi d^4 l}{64000 \frac{d^2 l}{4}} \\ T_m &= \frac{C^2 \pi d^2 l}{16000 G} \\ T_m &= \frac{C^2 v}{4000 G} \quad (20) \end{aligned}$$

o

Comparaison entre les valeurs des travaux maxima absorbés à la traction ou à la compression et à la torsion

Cette comparaison sera faite pour nos éprouvettes cylindriques.

Nous pouvons écrire dans le cas de travail absorbé à la compression :

$$T_m = \frac{L^2 v}{2000 E}$$

dans le cas de travail absorbé à la traction :

$$T_m = \frac{C^2 v}{4000 G}$$

Les expériences de compression et de torsion ont montré que : $C = 0,8 E$ et $G = 0,4 E$

- le travail absorbé en torsion s'écrit :

$$T_m = \frac{0,64 L^2 v}{16000 E}$$

$$T_m = \frac{0,8 L^2 v}{2000 E}$$

Le travail pouvant être absorbé élastiquement par une éprouvette cylindrique travaillant à la torsion est les 4/5 du travail élastique pouvant être absorbé par le même volume de matériau travaillant à la traction ou à la compression.

- Puisque les travaux sont effectués sur des matériaux isotropes, c'est-à-dire ayant les mêmes propriétés élastiques dans toutes les directions, nous arrivons au même résultat en appliquant le coefficient de Poisson μ .

Ce coefficient $\mu = \frac{\text{contraction transversale unitaire}}{\text{allongement axial unitaire}}$

Cette constante μ est très peu différente de 1/4.

$$G = \frac{E}{2} (1 + \mu) = 4/5 E$$

CHAPITRE V

RESISTANCE DES MATERIAUX AUX CHOCS PAR FLEXION

Les mêmes unités de mesure sont conservées.

Détermination du travail élastique absorbé par une éprouvette travaillant à la flexion

On distingue trois cas :

- 1° l'éprouvette est appuyée aux deux extrémités et l'effort s'exerce en son milieu
- 2° l'éprouvette est encastrée à l'une de ses extrémités et l'effort s'exerce à l'autre
- 3° l'éprouvette est encastrée à ses deux extrémités.

Dans le premier cas :

$$r = \frac{P \ell a}{4 I} \quad I \text{ étant le moment d'inertie de la section.}$$

donc le point d'application de la force P s'est déplacé d'une longueur e égale à la flèche que prend l'éprouvette sous l'effort P :

$$e = \frac{P \ell^3}{48 E I} \quad (\text{en millimètres})$$

$$T = \frac{\ell^3}{48000 E I} \int_0^p P_I d P_I$$

$$T = \frac{P^2 \ell^3}{96000 E I}$$

$$\text{mais } P = \frac{4rI}{\ell a}$$

$$\text{donc } T = \frac{r^2 I P}{6000 E a^2}$$

$$\text{d'où : } r = \sqrt{\frac{6000 E T a^2}{I \ell}} \quad (21)$$

$$T_m = \frac{L^2 I \ell}{6000 E a^2} \quad (22)$$

Dans le deuxième cas :

$$r = \frac{P \ell a}{I}$$

$$T = \frac{P^2 \ell^3 I^2}{6000 E}$$

$$T = \frac{r^2 I \ell}{6000 E a^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{6000 E T a^2}{I \ell}}$$

Dans le troisième cas :

$$r = \frac{P \ell a}{8 \times I}$$

$$T = \frac{P^2 \ell^3}{384000 EI}$$

$$T = \frac{r^2 I \ell}{6000 E a^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{6000 E T a^2}{I \ell}}$$

- La charge maxima correspondant à l'absorption d'un choc donné est la même, quelle que soit la façon dont l'éprouvette est placée sur les appuis, soit :

$$R = \sqrt{\frac{6000 E T a^2}{I \ell}}$$

$$\text{et} \quad T_m = \frac{L^2 I \ell}{6000 E a^2}$$

- Seules les réactions diffèrent en fonction de la longueur encastrée.

$$\text{Dans le premier cas, } Q = \frac{P}{2}$$

$$\text{Dans le deuxième cas, } Q = P \text{ et}$$

$$\text{Dans le troisième cas, } Q = \frac{P}{2}$$

- En application avec notre éprouvette cylindrique :

$$I = \frac{d^4}{64} \quad \text{et} \quad a = \frac{d}{2}$$

$$\text{donc} \quad r = \sqrt{\frac{64000 E T d^2}{4 \cdot \frac{\pi d^4}{64} \cdot \ell}}$$

$$r = \sqrt{\frac{24000 E T}{\frac{\pi d^2}{4} \ell}}$$

$$\text{mais } \frac{\pi d^2 \ell}{4} = v \quad \text{entre les points d'appui}$$

$$\text{donc} \quad r = \sqrt{\frac{24000 E T}{v}}$$

$$T_m = \frac{L^2 v}{24000 E}$$

- Ce travail comparé au travail absorbé par la même éprouvette travaillant à la traction ou à la compression est 12 fois plus petit.

o

Expression générale de l'énergie de déformation

Dans l'étude des problèmes relatifs aux traction, compression, torsion et flexion, nous avons démontré que l'énergie de déformation peut être représentée dans chaque cas, par une fonction du second degré des efforts extérieurs ou par une fonction du second degré des déplacements.

Ceci est encore vrai dans le cas général de la déformation d'un corps élastique, sous les réserves suivantes:

- 1° le matériau obéit à la loi de Hooke,
- 2° les conditions sont telles que les faibles déplacements dûs à la déformation n'affectent pas l'action des efforts extérieurs, et sont négligeables dans le calcul des contraintes.

Ces deux restrictions étant admises, les déplacements d'un système élastique sont des fonctions linéaires des charges extérieures. Si ces charges augmentent dans une certaine proportion, tous les déplacements augmentent dans la même proportion.

Considérons un solide soumis à l'action des efforts extérieurs $P_I, P_2, P_3 \dots$ et dont les appuis sont disposés de manière à empêcher son mouvement en tant que corps rigide, les déplacements n'étant dûs qu'aux déformations élastiques.

Soit $e_I, e_2, e_3 \dots$ les déplacements des points d'application des efforts, chacun étant compté dans la direction de l'effort correspondant. Si les efforts extérieurs croissent régulièrement de manière à ce qu'ils soient constamment en équilibre avec les efforts élastiques intérieurs résistants, le travail qu'ils produisent, pendant la déformation, est égal à l'énergie de déformation accumulée dans le corps déformé. La valeur de cette énergie ne dépend pas de l'ordre dans lequel les efforts sont appliqués. Elle est complètement déterminée par leurs grandeurs finales.

Supposons que tous les efforts extérieurs $P_I, P_2, P_3 \dots$ augmentent simultanément dans le même rapport, nous pouvons écrire :

$$T = \frac{P_I e_I}{2} + \frac{P_2 e_2}{2} + \frac{P_3 e_3}{2} + \dots$$

(C'est-à-dire que l'énergie de déformation totale est égale à la demi somme des produits de chaque effort extérieur par son déplacement correspondant. C'est l'énoncé du Théorème de Clapeyron.

Nous avons vu que les déplacements $e_I, e_2, e_3 \dots$ sont des fonctions homogènes des efforts $P_I, P_2, P_3 \dots$

La substitution de ces fonctions dans l'équation

précédente donne une expression générale de l'énergie de déformation sous la forme d'une fonction homogène du second degré des efforts extérieurs. On pourra, en portant ces fonctions dans l'équation précédente, obtenir une expression de l'énergie de déformation sous forme d'une fonction homogène du second degré des déplacements.

- Théorème de CASTIGLIANO

Connaissant les expressions de l'énergie de déformation dans les différents cas, il est assez simple de calculer les déplacements des points d'un solide élastique pendant la déformation.

Dans le cas de compression simple, l'énergie de déformation est :

$$T = \frac{P^2 L}{2s E}$$

Dérivons cette expression par rapport à P.

$$\frac{dT}{dP} = \frac{P \ell}{sE} = e \quad (I)$$

- Donc la dérivée de l'énergie de déformation par rapport à la charge donne le déplacement correspondant à la charge, c'est-à-dire le déplacement du point d'application de la charge suivant la direction de la charge.

Dans le cas d'un effort de flexion, l'énergie de déformation est :

$$T = \frac{P^2 \ell^3}{6 EI}$$

Dérivons cette expression par rapport à P.

$$\frac{dT}{dP} = \frac{P \ell}{3 EI} \quad \text{qui est la flèche à l'extrémité libre.}$$

Dans le cas d'un effort de torsion, l'énergie de déformation est :

$$T = \frac{M_t^2 \ell}{2 GI_p}$$

et la dérivée par rapport au couple de torsion sera :

$$\frac{dT}{dM_t} = \frac{M_t}{G I_p} = \rho \quad \text{qui représente l'angle de torsion et désigne le déplacement correspondant au couple de torsion.}$$

Si plusieurs efforts, de compression, torsion ou flexion, s'exercent sur un solide élastique, il faut prendre la somme des différentes dérivées partielles de ces efforts.

Le théorème de Castigliano constitue une expression générale de ces résultats.

Si le matériau composant suit la loi de Hooke, et si les conditions permettent d'admettre pour négligeables les faibles déplacements dûs à la déformation lors de l'étude de l'action des efforts, l'énergie de déformation d'un tel système est donnée par une fonction homogène du second degré des efforts appliqués.

Par suite, la dérivée partielle de l'énergie de déformation, par rapport à l'un quelconque de ces efforts donne le déplacement correspondant à cet effort.

Dans cette étude de l'énergie de déformation et de la résistance des matériaux aux différents chocs, traction, compression, torsion ou flexion, la valeur de la déformation est toujours fonction, des dimensions et du module d'élasticité du matériau testé.

Ces mesures vont donc permettre une comparaison relative des effets de transmission et d'absorption des chocs qui se rencontrent en prothèse.

Après avoir comparé les dimensions, nous calculerons les modules d'élasticité des différents matériaux habituellement utilisés.

- Selon la loi de Hooke, le rétrécissement d'une éprouvette est proportionnel à l'effort de compression, à l'intérieur de certaines limites qui ne seront jamais dépassées dans notre domaine prothétique.

La contrainte étant : $r = \frac{P}{S}$

Le raccourcissement unitaire : $\epsilon = \frac{e}{l}$

la loi de Hooke

peut aussi s'écrire :

$$E = \frac{r}{\epsilon}$$

Le module d'élasticité est égal à la contrainte unitaire sur la déformation unitaire.

- Pour trouver les modules d'élasticité des matériaux, nous allons soumettre nos éprouvettes à des essais de compression.
Au cours de ces essais, les efforts exercés et les déformations subies seront notés.

- A cet effet, des éprouvettes ont été fabriquées et soumises à des efforts de compression connus dans un compressomètre.

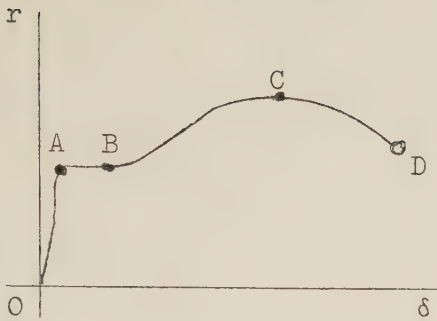
Les résultats de ces essais ont permis d'établir des tableaux et de faire des courbes. Sur ces courbes, les contraintes sont placées en ordonnée et les déformations correspondantes en abscisse.

A propos de ces diagrammes d'essai de compression, il faut noter que la proportionnalité entre effort de raccourcissement et déformation n'est vraie que jusqu'à une certaine valeur limite de la contrainte de compression appelée limite de proportionnalité, qui dépend des propriétés du matériau testé. Au delà de cette limite, la relation entre le raccourcissement et la contrainte devient plus compliquée.

Pour les métaux et alliages utilisés en prothèse, la proportionnalité reste valable dans un grand intervalle et la limite de proportionnalité est de l'ordre de $18. 10^2$ à $21. 10^2$ bars.

Pour les autres matériaux, la limite de proportionnalité est très basse, c'est-à-dire, que les écarts avec la loi de Hooke apparaissent pour des contraintes relativement faibles.

Les diagrammes d'essai peuvent donc se présenter selon des courbes différentes.

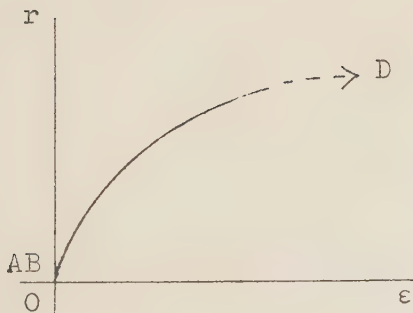


Pour un métal, le diagramme n°I serait valable. De O à A la contrainte est proportionnelle à la déformation. En A se trouve donc la limite de proportionnalité. Au delà, en B , l'éprouvette se rétrécit subitement sans augmentation

appréciable de l'effort de compression. La contrainte correspondant au point B est la limite de rétrécissement. La compression croît ensuite avec le rétrécissement jusqu'en C , valeur maximum, où la contrainte correspondante est la résistance limite du matériau.

Finalement, l'éprouvette se rompt pour une sollicitation correspondant au point D du diagramme.

Le genre de diagramme n°2 qui présente une limite de proportionnalité très basse et une limite de rétrécissement non définie, sera le cas des matériaux non métalliques. Toutefois, pour certains d'entre eux, tels les porcelaines dentaires et les résines servant à la fabrication des dents artificielles, la sollicitation pourra atteindre le point de rupture de l'éprouvette.



b) EXPERIMENTATION

LES EPROUVETTES

Les matériaux habituels employés en prothèse dentaire ont été utilisés :

résines thermodurcissables cross-linked,
résines thermodurcissables normales,
résines autopolymérisables cross-linked,
résines autopolymérisables normales,
résines dites "résilientes"
dents résine cross-linked,
dents résine normale,
dents porcelaine,
alliages métalliques "Stellites".

Les essais de ces éprouvettes ont été faits en compression, puisque c'est dans notre domaine prothétique l'effort principal que les matériaux auront à supporter. Cet effort tend à diminuer les dimensions du matériau dans le sens d'application de la force qui s'exerce sur lui.

Ces efforts de compression sont exprimés en Newtons. Le newton N est la force susceptible de communiquer à une masse d'un kilo un accroissement de vitesse de un mètre/seconde.

En pratique, c'est souvent le décanewton da.N qui est utilisé.

$$1 \text{ da.N} = 1,019716 \text{ kgf.}$$

$$1 \text{ kgf.} = 0,981 \text{ da.N}$$

Selon les conventions internationales, les éprouvettes d'essais sont cylindriques et leur longueur ne doit pas dépasser cinq fois leur diamètre. Si ce rapport est supérieur, la rupture a lieu, non plus par compression, mais par flexion.

Lorsqu'une éprouvette s'incurve sous un effort de compression, on dit qu'elle "flambe", ce qui peut être le cas des bagues de couronnes.

Pour éviter cette tendance, les éprouvettes d'essais à la compression doivent être courtes. Les dimensions choisies sont :

longueur $l = 10$ millimètres
diamètre $d = 10$ millimètres

Pour toutes les éprouvettes réalisées en résines synthétiques,

soit polyesters de l'acide acrylique,
soit polyesters de substitution de l'acide acrylique,
soit polyesters vinyliques,
soit résines dites "résilientes" à base de silicone,
soit polycarbonate injectable,

les cuissons ont été faites dans des moufles en bronze, remplis du même plâtre de revêtement. Les préparations et les temps de cuisson ont été conformes aux indications données par les fabricants.

Dans la mesure du possible, les erreurs par différence ont ainsi été éliminées.

Il en a été de même pour les résines autopolymérisables. Les coulées des éprouvettes métalliques ont été faites selon les indications des fabricants, mais avec le même matériel et dans les mêmes conditions.

Pour éviter les erreurs possibles dans la lecture des résultats de compression, il a été réalisé, pour chaque matériau, une série de cinq éprouvettes. Les résultats donnés dans les tableaux sont donc les moyennes arithmétiques des résultats obtenus avec la série.

A noter également, que les temps de compression ont été rigoureusement identiques pour tous les essais, car la déformation n'est pas seulement fonction de l'effort, mais encore du temps d'application de cet effort.

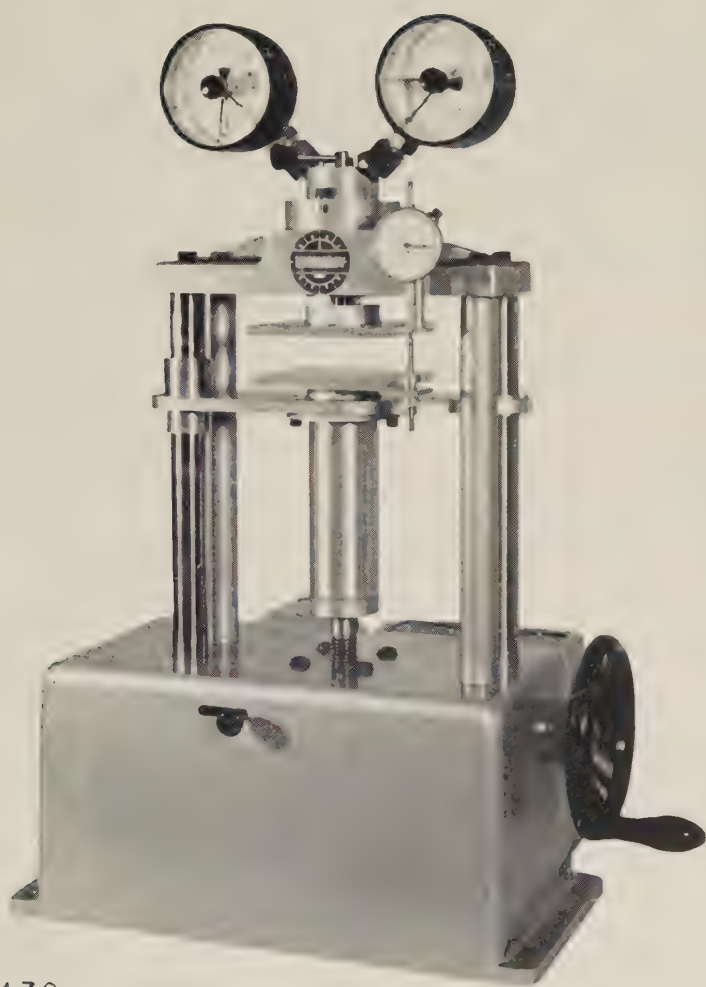
La vitesse de compression a également été constante, et inférieure à 12,5 millimètres/minute.

LE COMPRESSOMETRE

Principe : exercer un effort de compression et lire sur un manomètre la résistance de l'éprouvette soumise à l'essai.

Description et utilisation :

Le compressomètre comprend un socle dans lequel est disposé le mécanisme exerçant la pression dans le sens vertical, laquelle est transmise par l'intermédiaire de l'éprouvette à une tête de mesure manométrique où se lit la pression exercée.



139

La traverse supérieure est disposée pour recevoir des têtes de mesure interchangeables qui peuvent être équipées de un ou deux manomètres.

Les têtes à un manomètre sont à lecture directe, soit de 0 à 5 ou de 0 à 16 da.N.

Pour les têtes à deux manomètres, il faut multiplier par 10 le résultat affiché, soit de 0 à 20, de 0 à 50, de 0 à 160, de 0 à 500 ou à 1 000 da.N.

Une manette de commutation met en service le manomètre utilisé et isole l'autre.

La vitesse de remontée du plateau inférieur est de 12,5 millimètres/minute.

Sauf les essais effectués sur les alliages métalliques, la pression maximale totale a été de 1 000 da.N.

Un comparateur micrométrique, permettant de mesurer le 0,01 millimètre, est monté sur l'appareil. Celui-ci permet de donner la mesure de la déformation en raccourcissement subie par l'éprouvette au cours de l'essai.

RESINES THERMODURCISSABLES

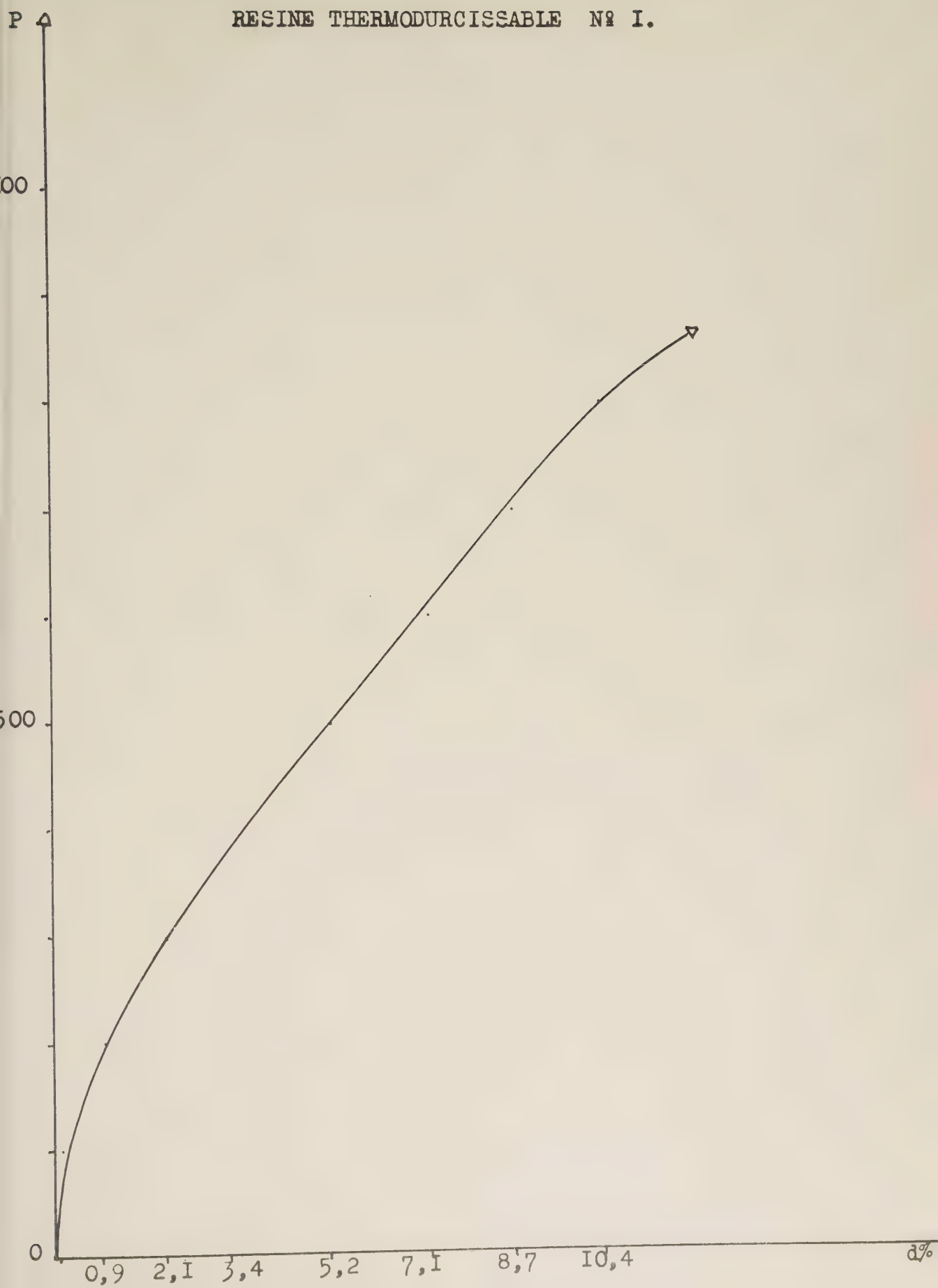
Résine n°I cross-linked

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	I	2,52
200	9	3,78
300	21	5,04
400	33	6,30
500	52	7,56
600	71	8,82
700	87	10,08
800	104	11,34
900	>100	12,60

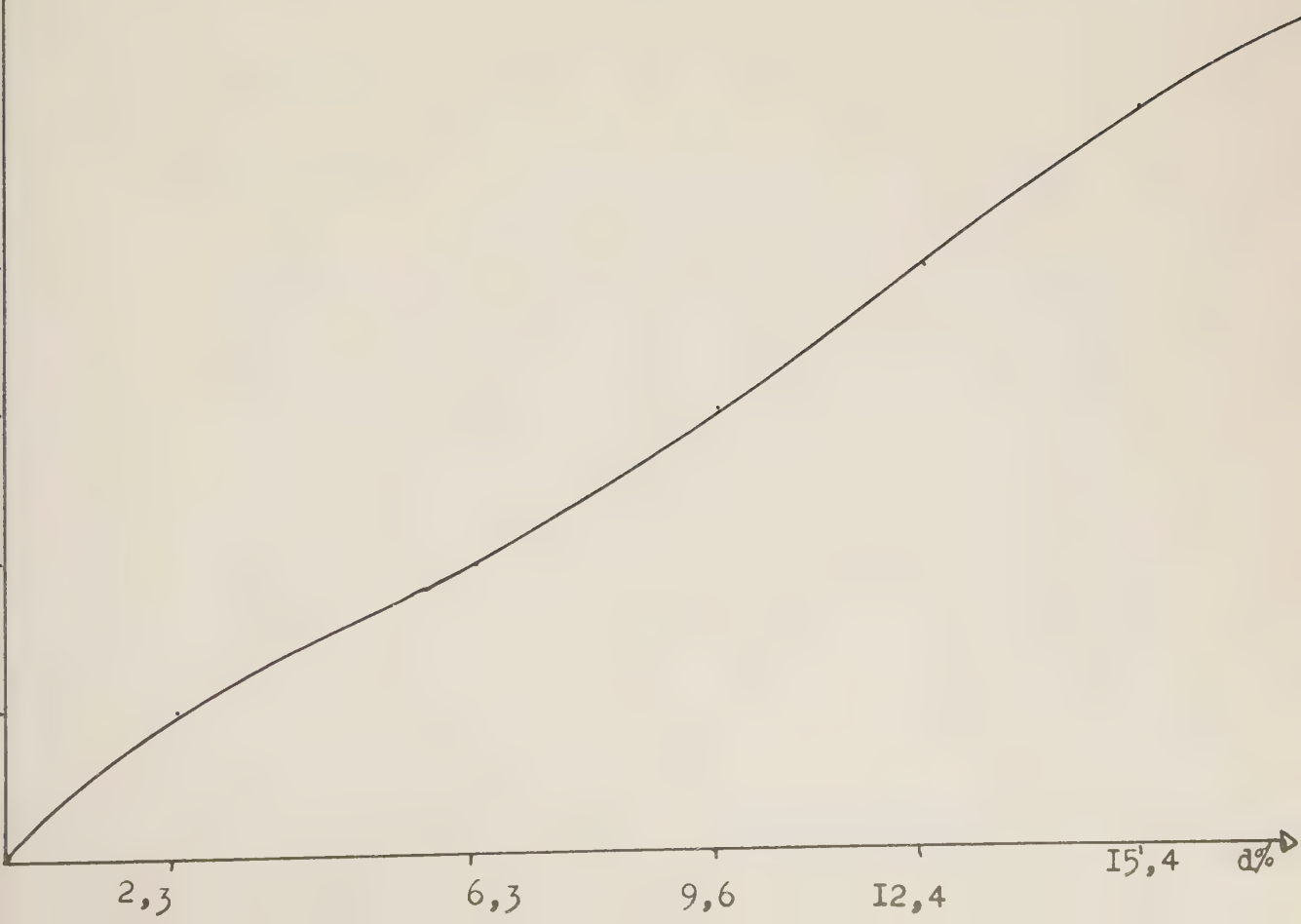
Résine n°2 cross-linked

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	23	1,325
200	63	2,65
300	96	3,97
400	124	5,30
500	154	6,62
600	>200	7,95
700	"	9,27
800	"	10,60

RESINE THERMODURCISABLE N° 1.



RESINE THERMODURCISABLE № 2.



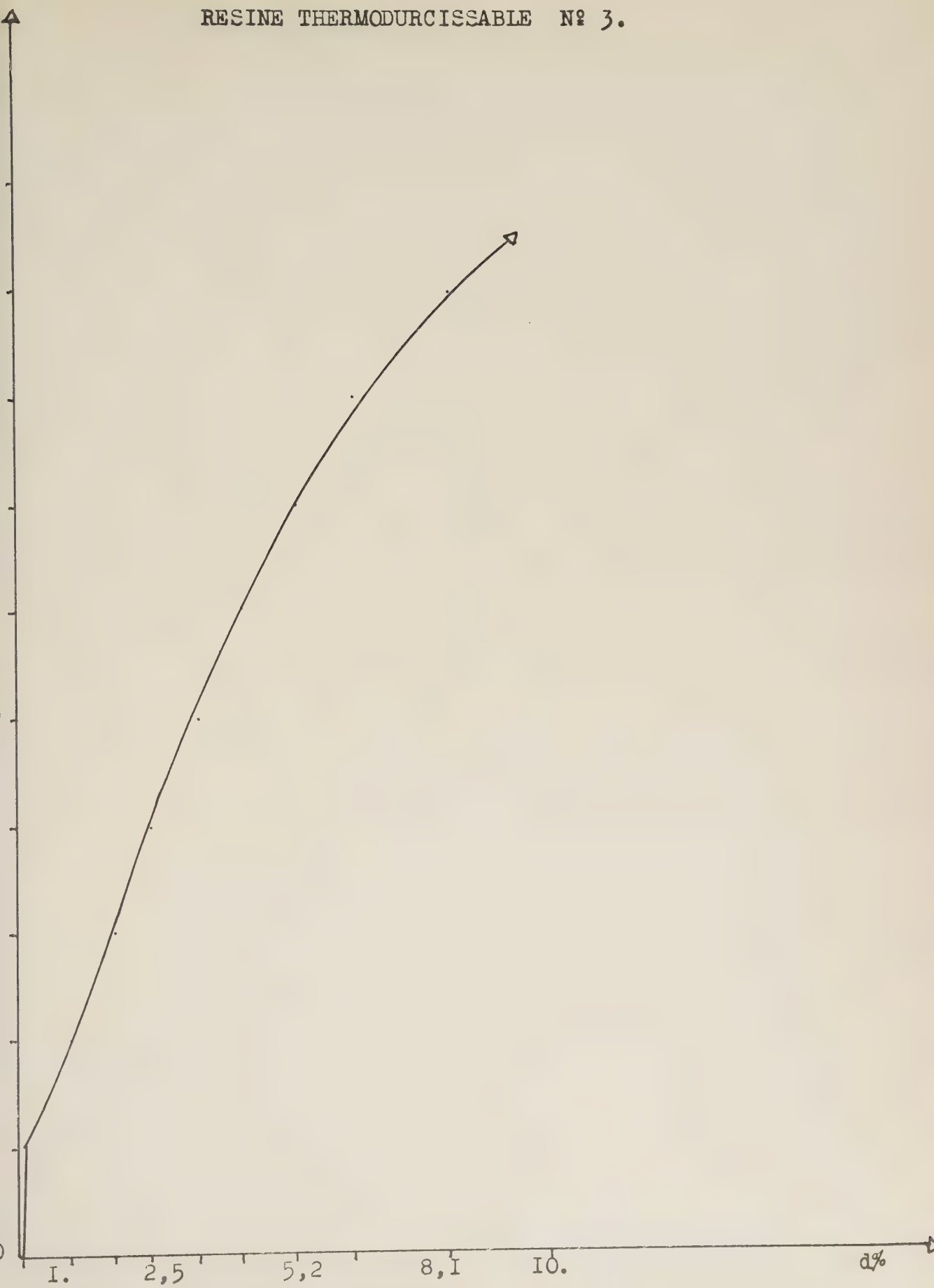
Résine n°3 cross-linked

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	1	1,274
200	10	2,55
300	18	3,82
400	25	5,10
500	34	6,37
600	42	7,64
700	52	8,92
800	63	10,19
900	81	11,47
1 000	100	12,74

Résine n°4

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	10	1,26
200	36	2,52
300	51	3,78
400	64	5,04
500	78	6,30
600	93	7,56
700	114	8,82
800	133	10,08
900	175	11,34
1 000	200	12,60

RESINE THERMODURCISABLE N° 3.



RESINE THERMODURCISABLE N° 4.



Résine n°5

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	30	1,25
200	66	2,50
300	80	3,75
400	91	5,00
500	103	6,25
600	115	7,50
700	128	8,75
800	147	10,00
900	175	11,25
1 000	200	12,50

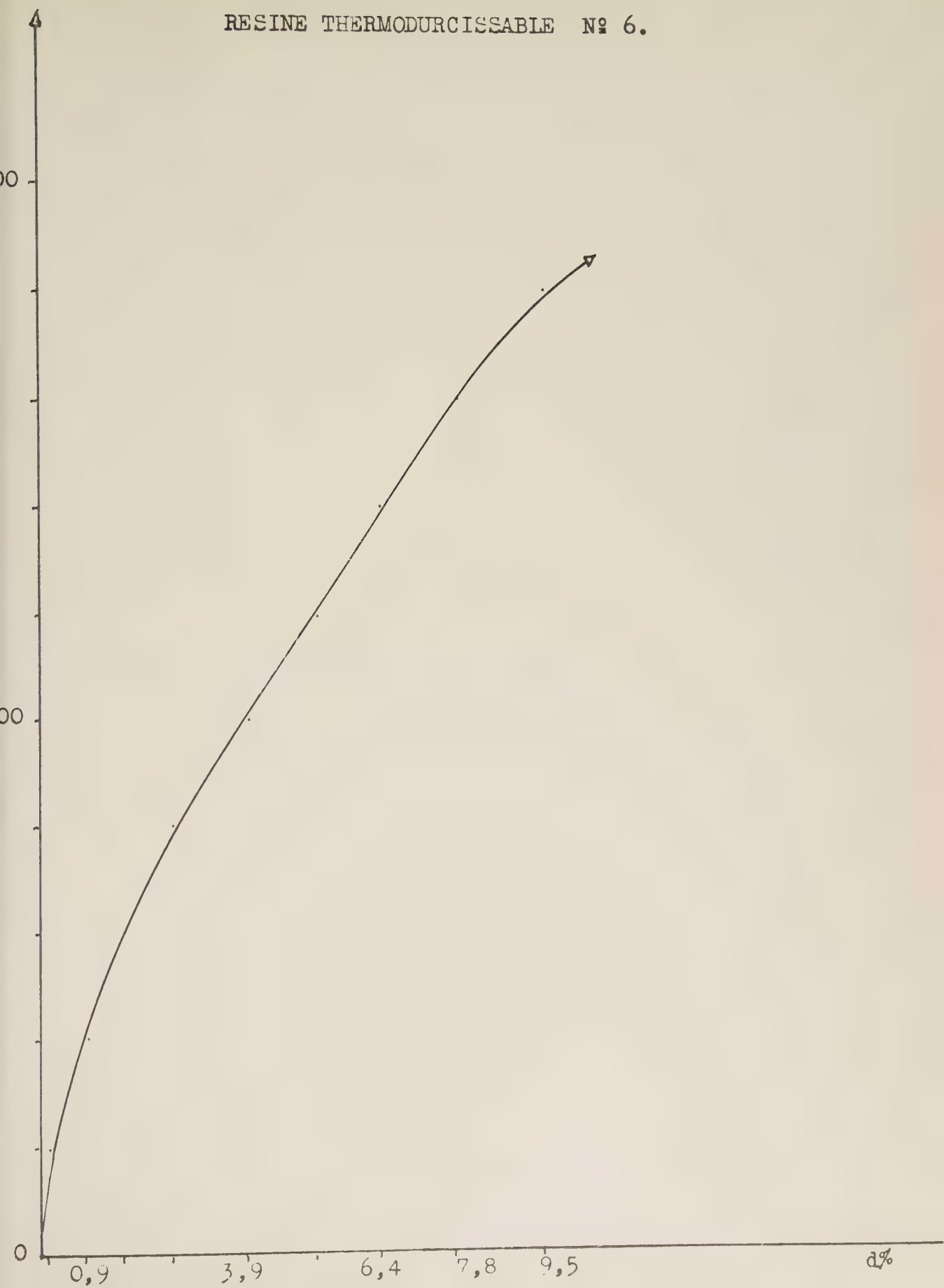
Résine n°6

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	2	1,26
200	9	2,52
300	16	3,78
400	25	5,04
500	39	6,30
600	52	7,56
700	64	8,82
800	78	10,08
900	95	11,34
1 000	100	12,60

RESINE THERMODURCISABLE N° 5.



RESINE THERMODURCISABLE N° 6.



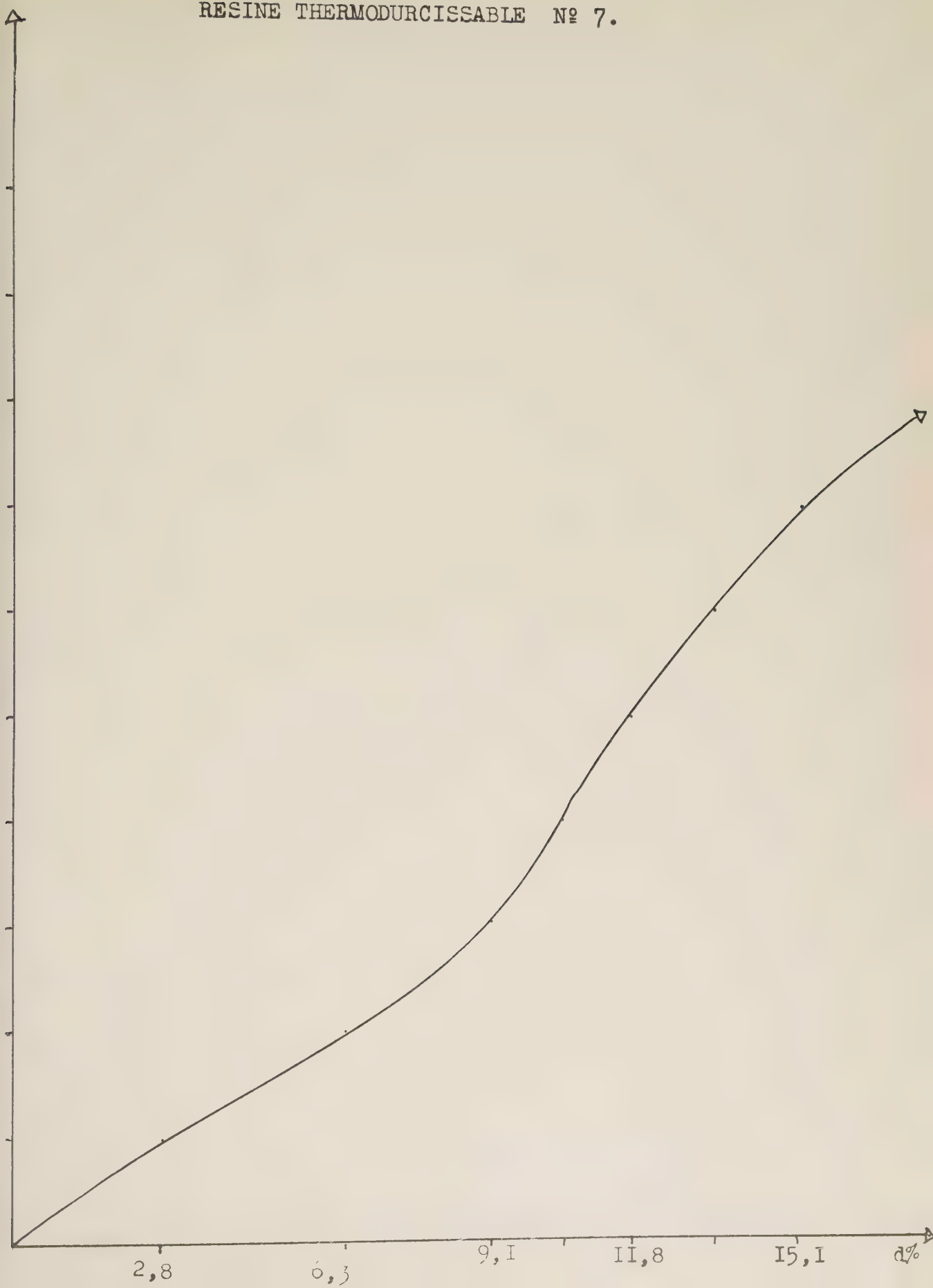
Résine thermodurcissable n°7

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	28	1,25
200	63	2,50
300	91	3,75
400	105	5,00
500	118	6,25
600	134	7,50
700	151	8,75
800	176	10,00
900	200	11,25

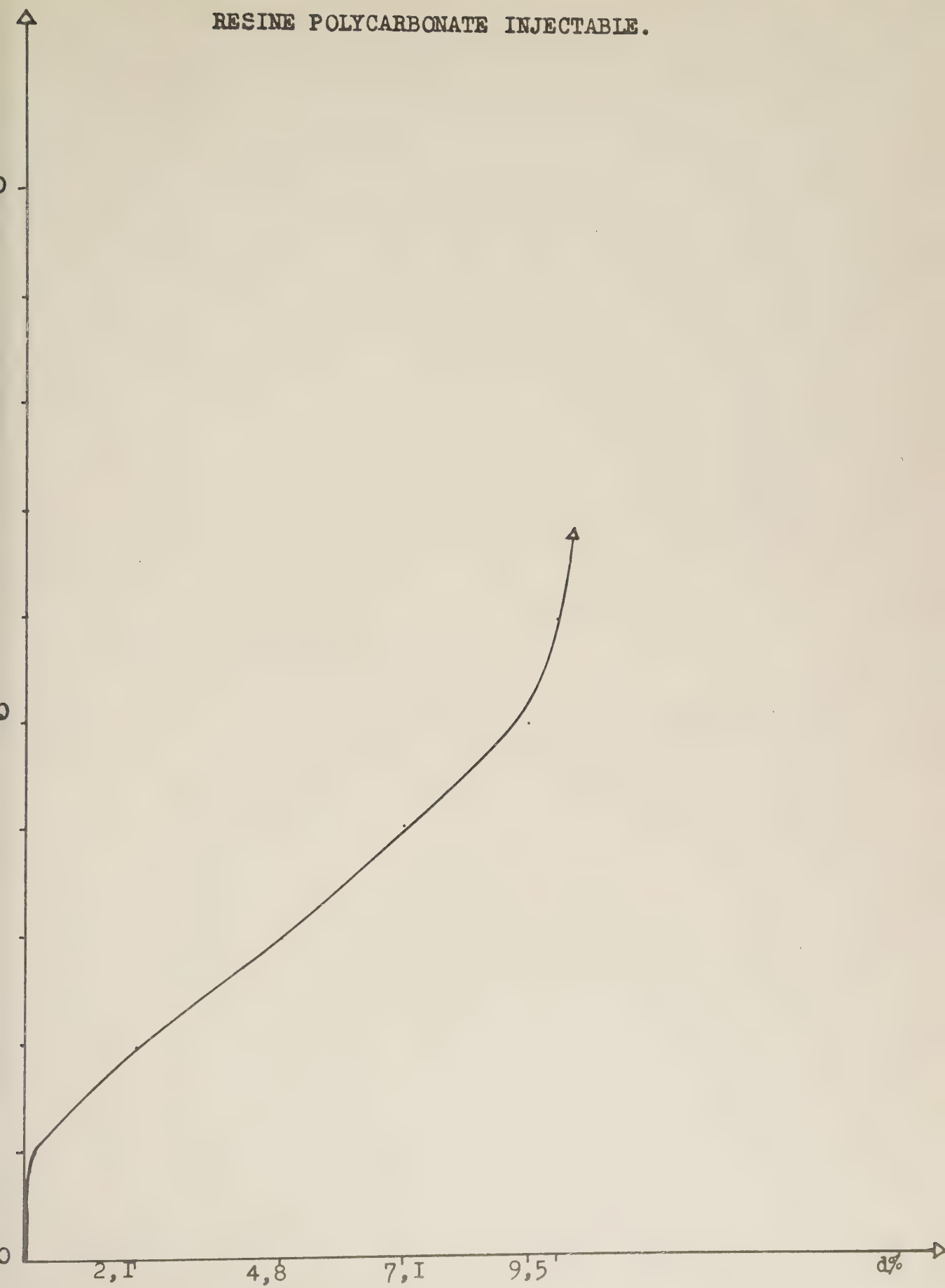
Résine polycarbonate injectable

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	0	1,20
200	21	2,40
300	48	3,60
400	71	4,80
500	95	6,00
600	100	7,20
700	100	8,40

RESINE THERMODURCISABLE № 7.



RESINE POLYCARBONATE INJECTABLE.



Résine autopolymérisable n°I

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	14	1,28
200	21	2,56
300	30	3,84
400	42	5,12
500	55	6,40
600	70	7,68
700	100	8,96
800	>100	10,24

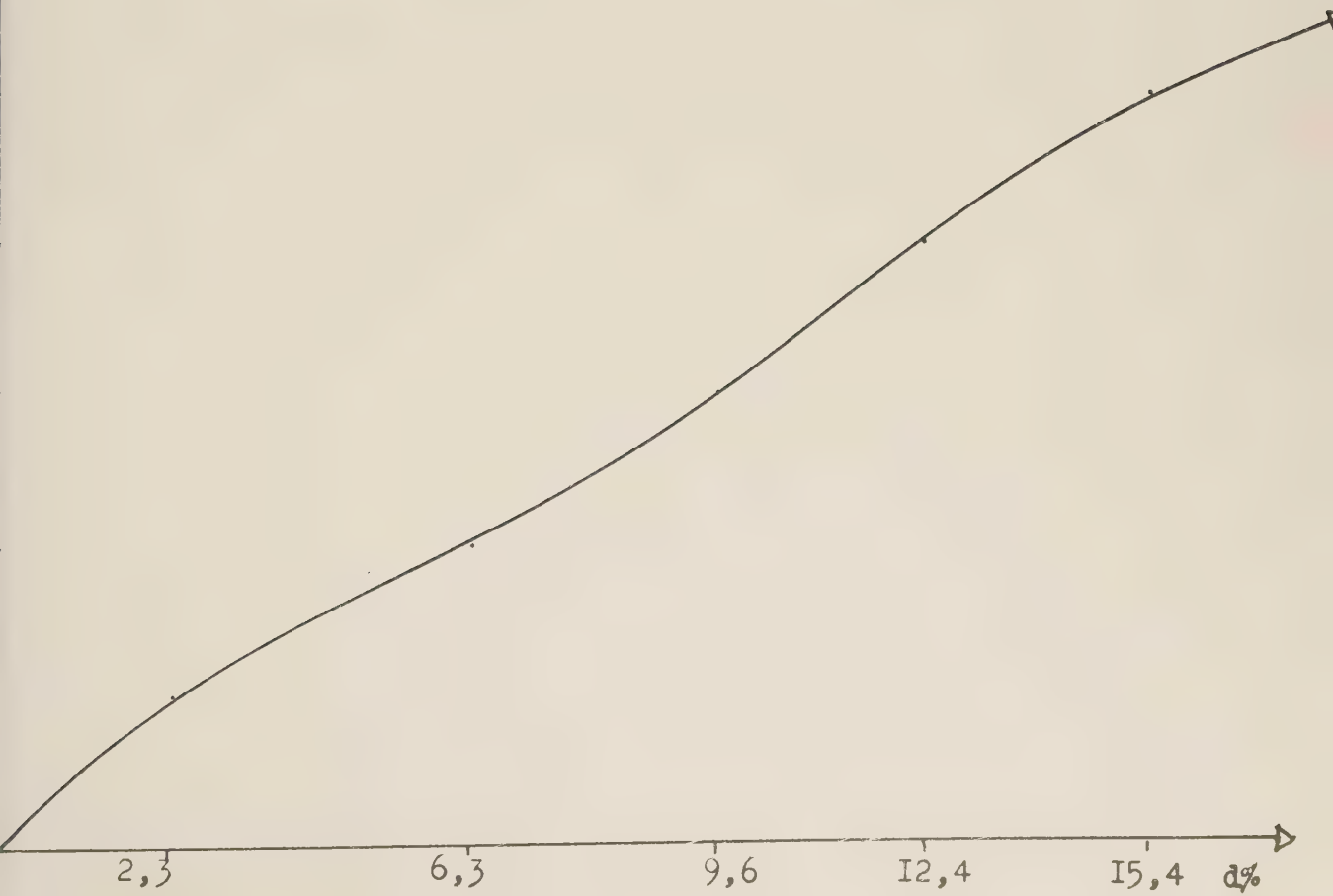
Résine autopolymérisable n°2

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	23	1,325
200	63	2,65
300	96	3,97
400	124	5,30
500	154	6,62
600	>200	7,95
700	"	9,27
800	"	10,60

RESINE AUTOPOLYMERISABLE № 1.



RESINE AUTOPOLYMERISABLE N° 2.



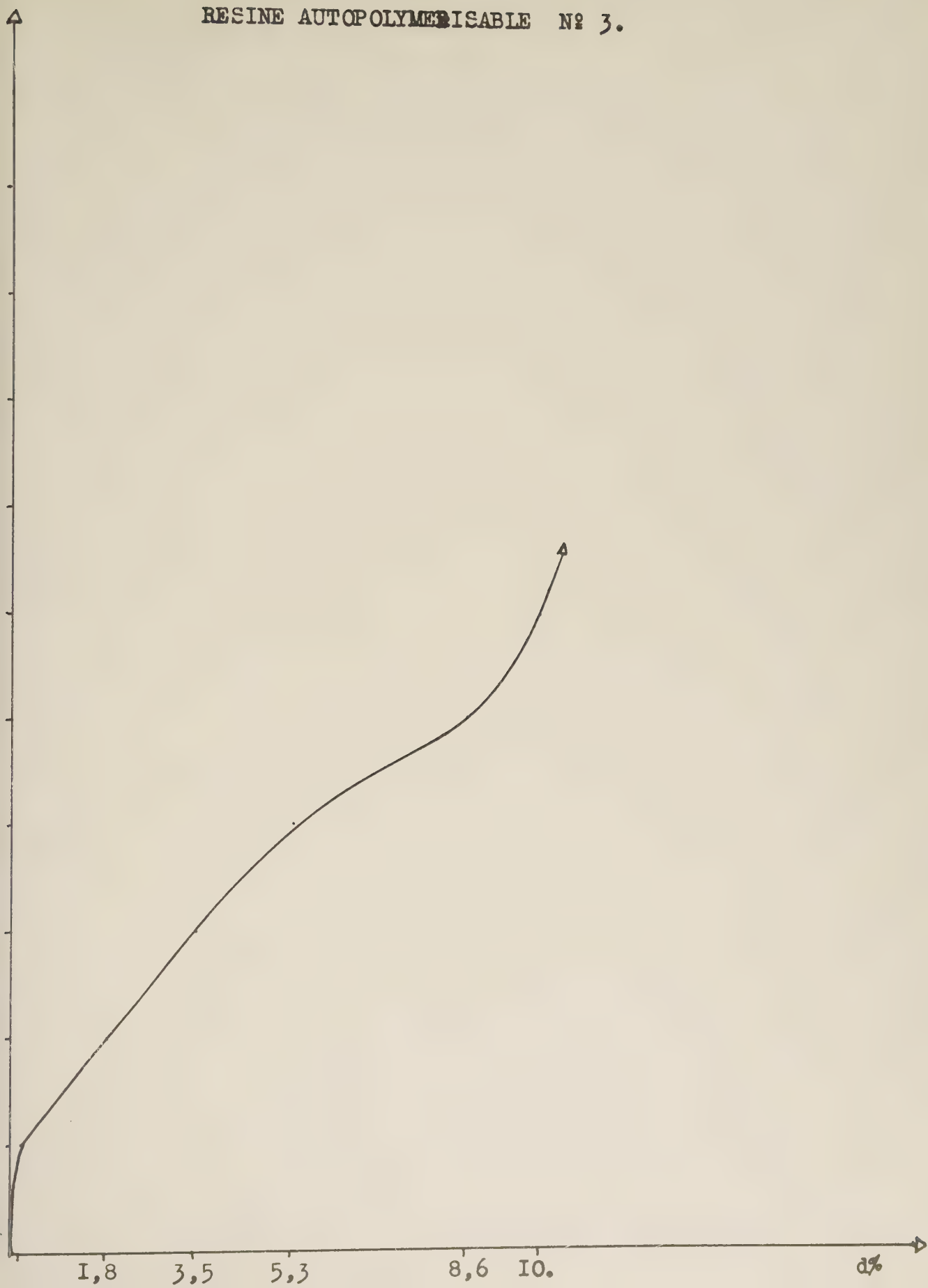
Résine autopolymérisable n°3

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	2	1,25
200	18	2,50
300	35	3,75
400	53	5,00
500	86	6,25
600	>100	7,50
700	"	8,75
800	"	10,00

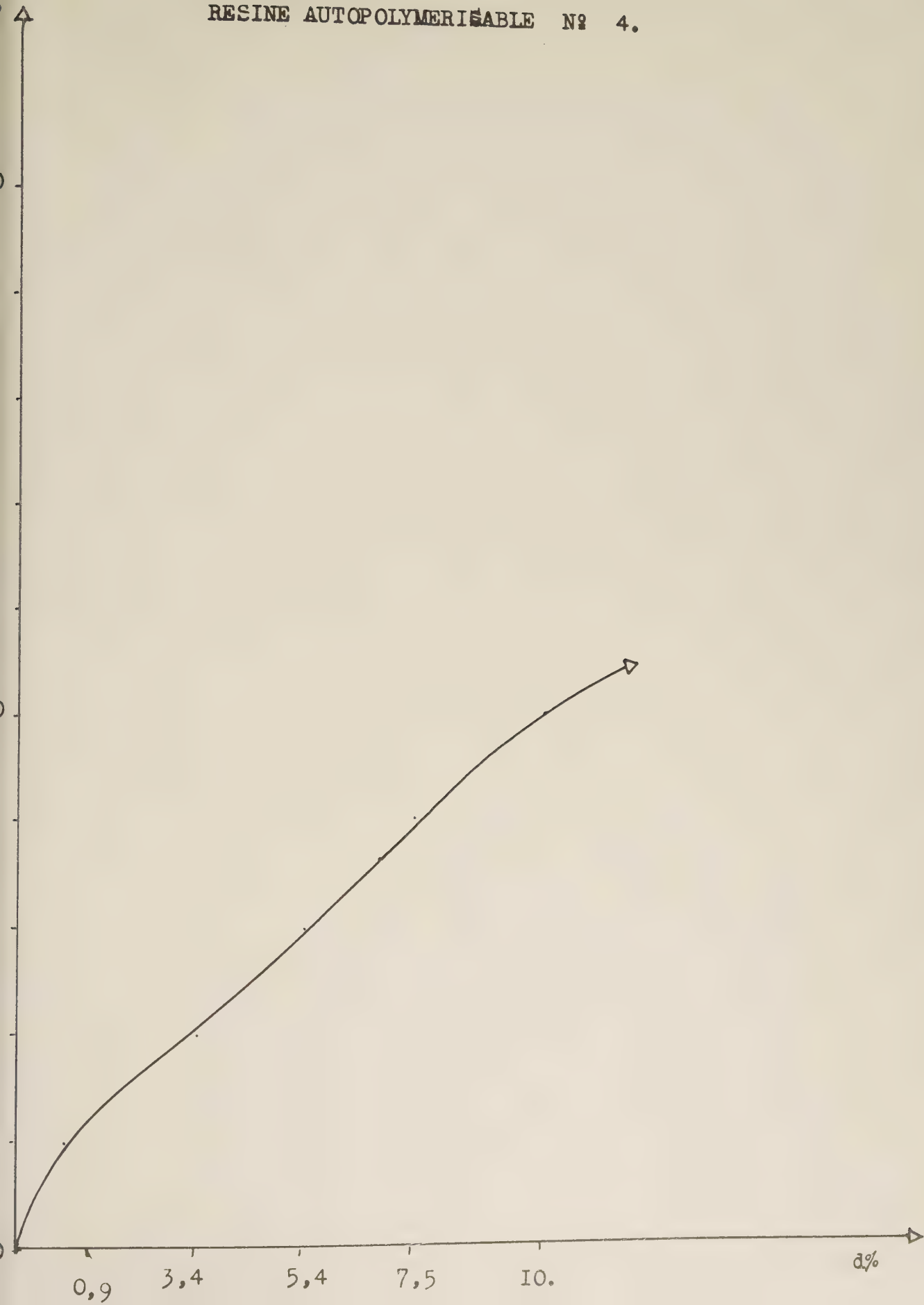
Résine autopolymérisable n°4

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	9	1,18
200	34	2,36
300	54	3,54
400	75	4,72
500	100	5,90
600	> 100	7,08
700	"	8,26
800	"	9,44

RESINE AUTOPOLYMERISABLE N° 3.



RESINE AUTOPOLYMERISABLE N° 4.



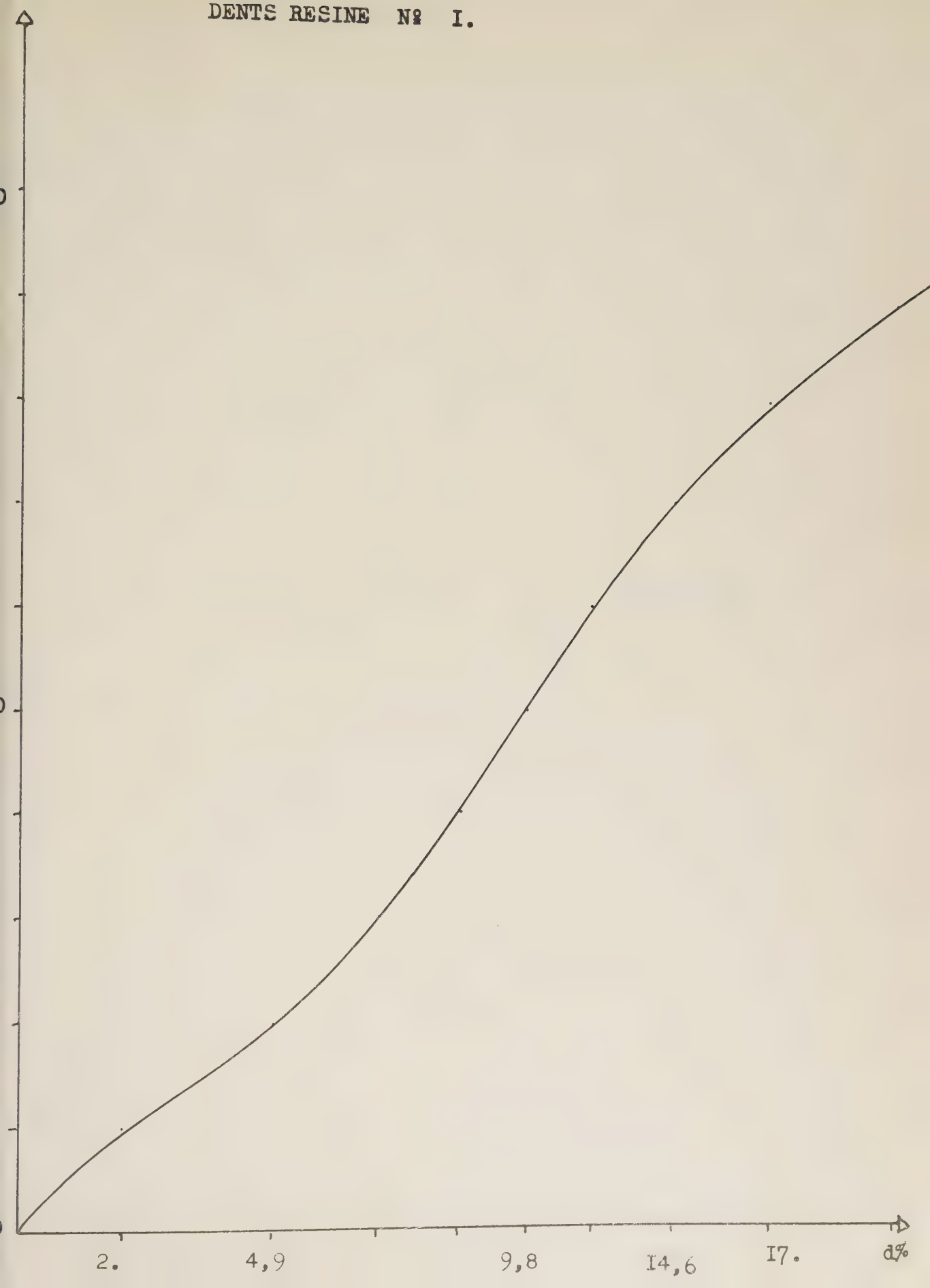
DENTS résine n°I

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	20	1,25
200	49	2,50
300	69	3,75
400	85	5,00
500	98	6,25
600	111	7,50
700	127	8,75
800	146	10,00
900	170	11,25
1 000	200	12,50

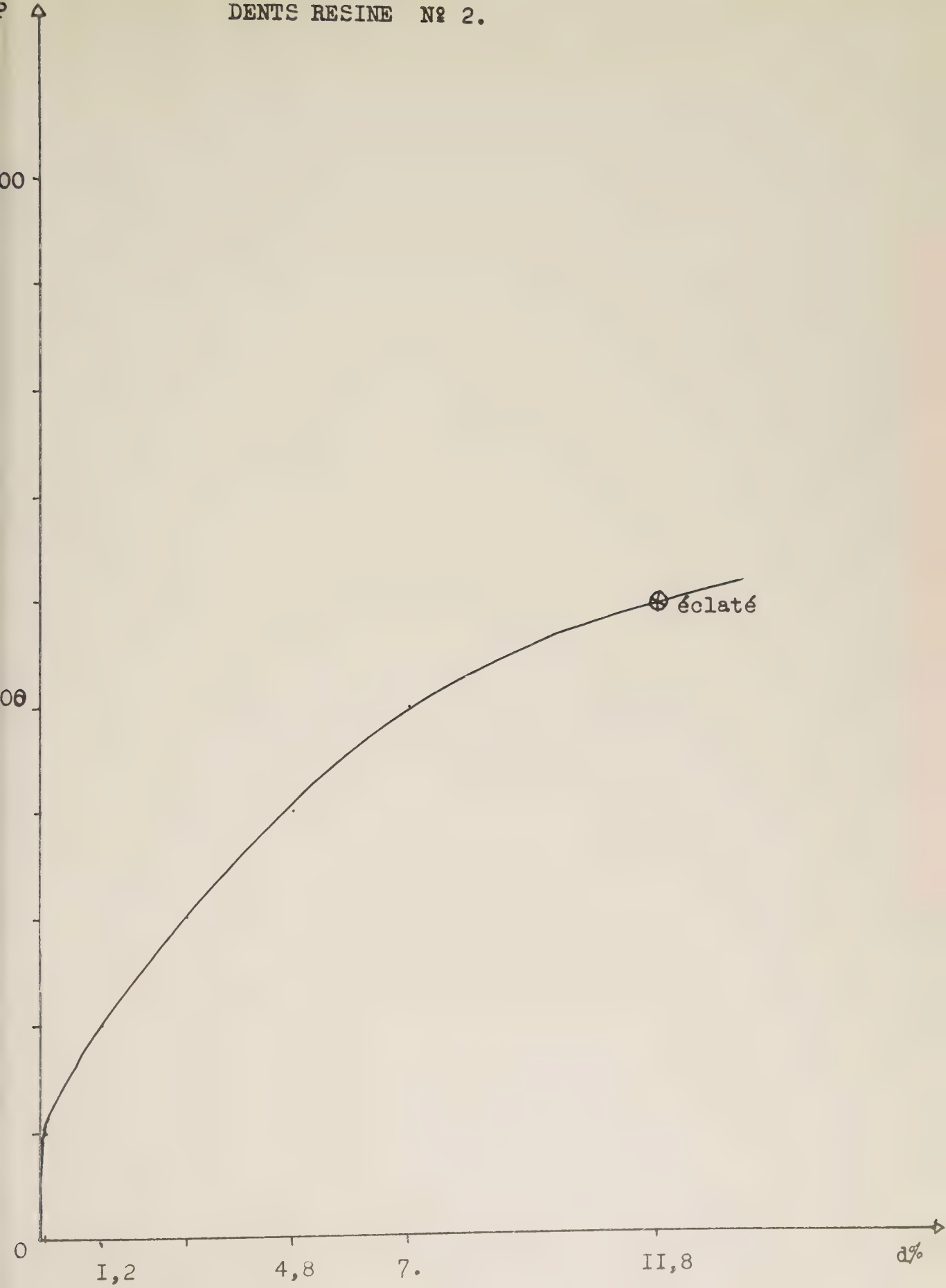
DENTS résine n°2

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	1	1,51
200	12	3,22
300	28	4,83
400	48	6,44
500	70	8,05
600	118	9,66
700	éclaté	

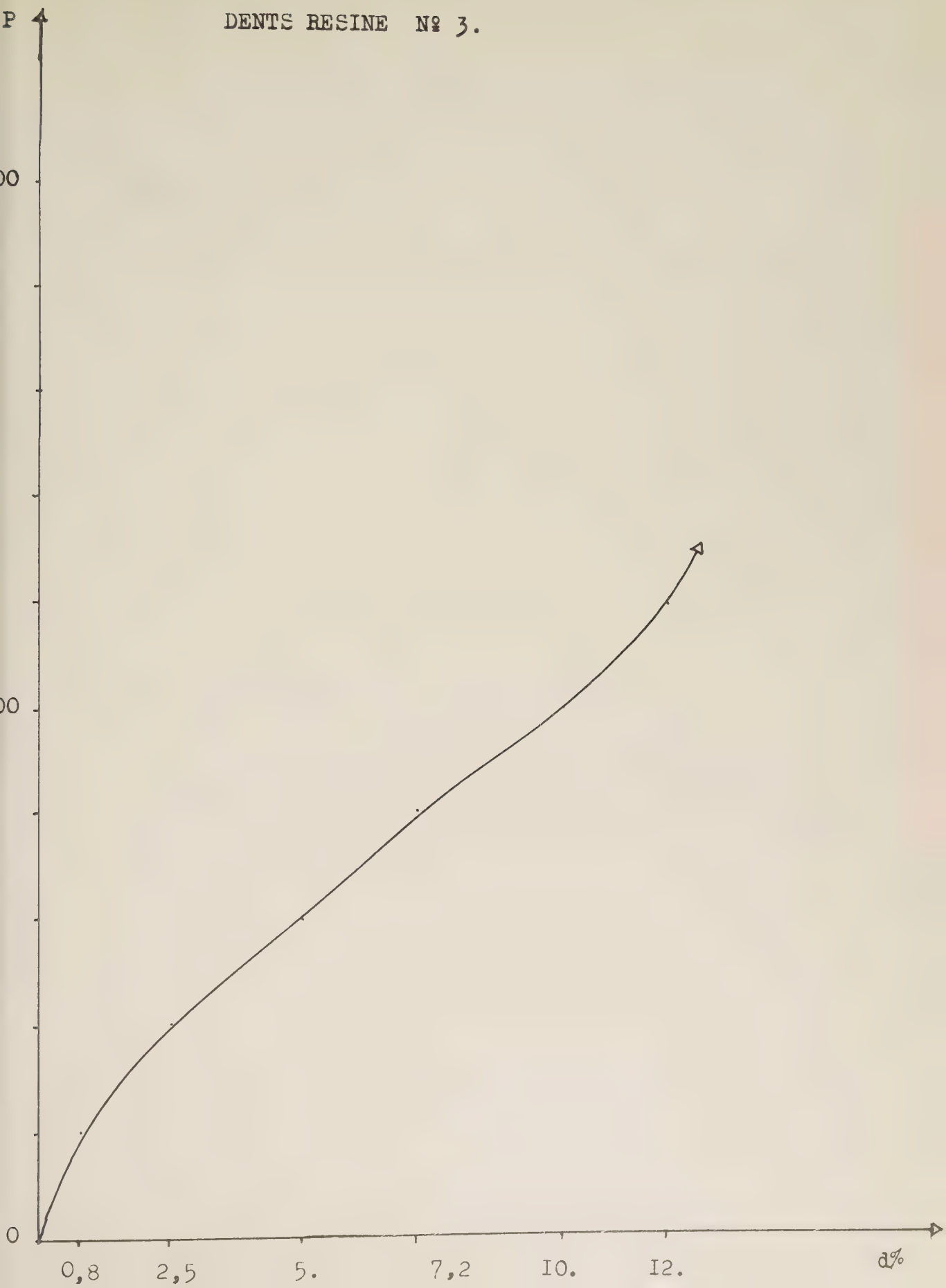
DENTS RESINE N° I.



DENTS RESINE № 2.



DENTS RESINE № 3.



DENTS résine n°3

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
100	8	1,325
200	25	2,65
300	50	3,97
400	72	5,30
500	100	6,62
600	120	7,95
700	> 120	9,27
800	"	10,60
900	"	11,92

DENTS PORCELAIN

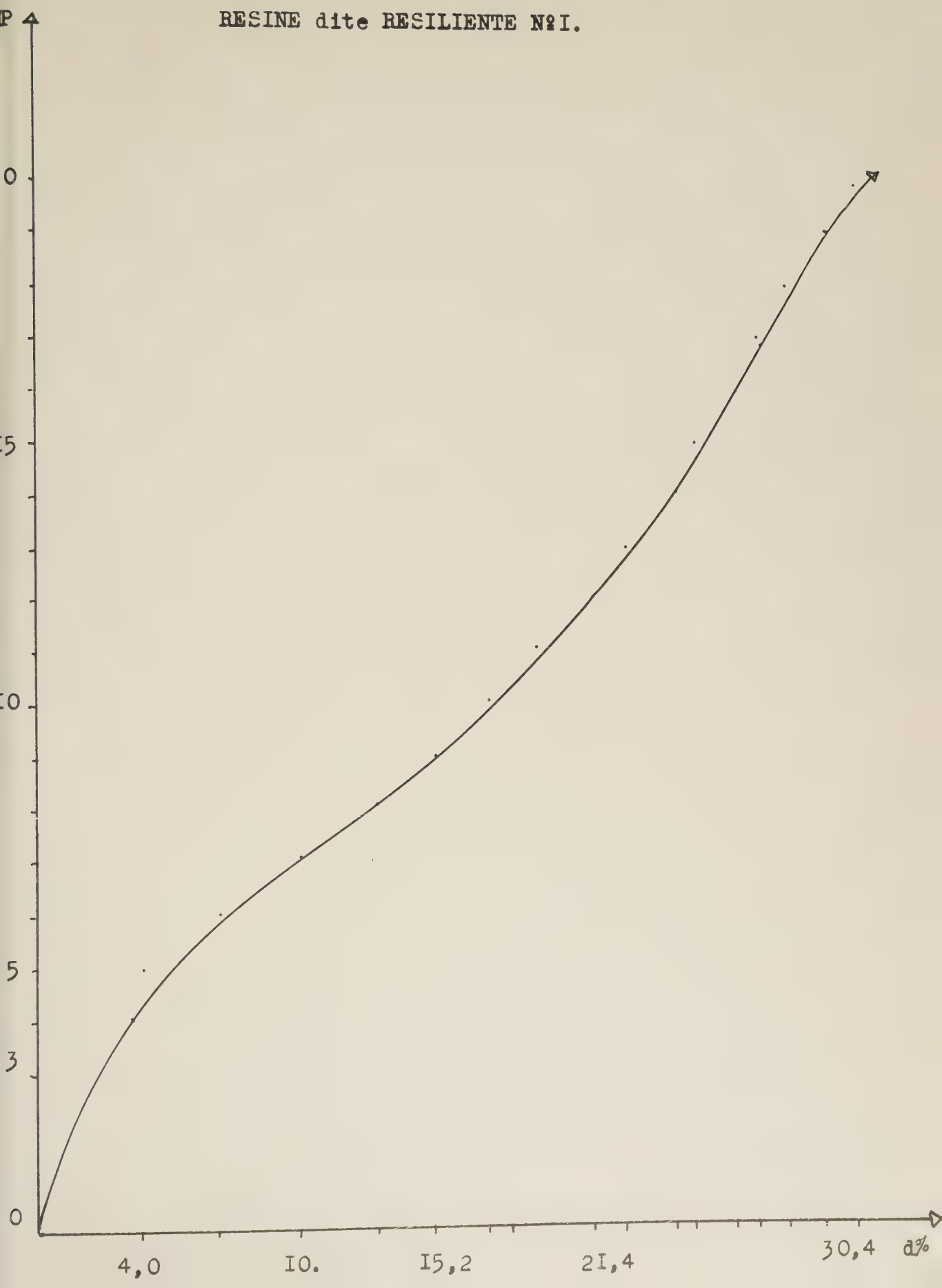
Pour les dents porcelaine soumises aux essais de compression, les déformations ont été nulles jusqu'à la pression de 3 kg/mm^2 , pression à laquelle s'est produit l'éclatement de l'éprouvette.

Résine dite "résiliente" n°I

pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
3	0	0,038
4	40	0,051
5	69	0,064
6	100	0,076
7	130	0,089
8	152	0,102
9	173	0,115
10	192	0,127
11	214	0,140
12	226	0,153
13	246	0,166
14	253	0,178
15	269	0,191
16	278	0,204
17	289	0,216
18	298	0,229
19	304	0,242
20	316	0,255

N.B. Pour l'établissement de la courbe de déformation à la compression de cette résine, les échelles sont différentes.

RESINE dite RESILIENTE N°1.



RESINE dite RESILIENTE N° 2.

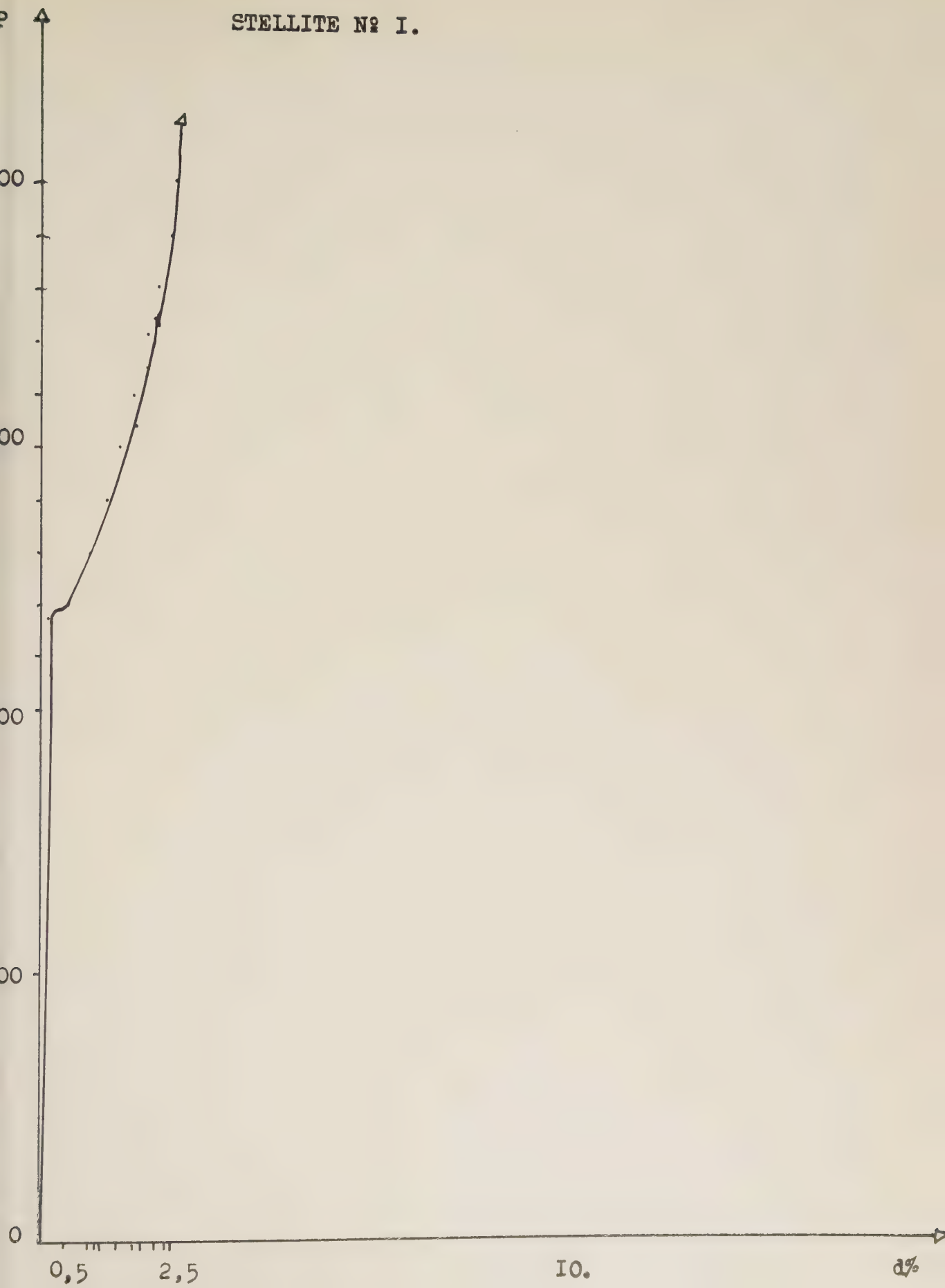


Résine "résiliente" n°2

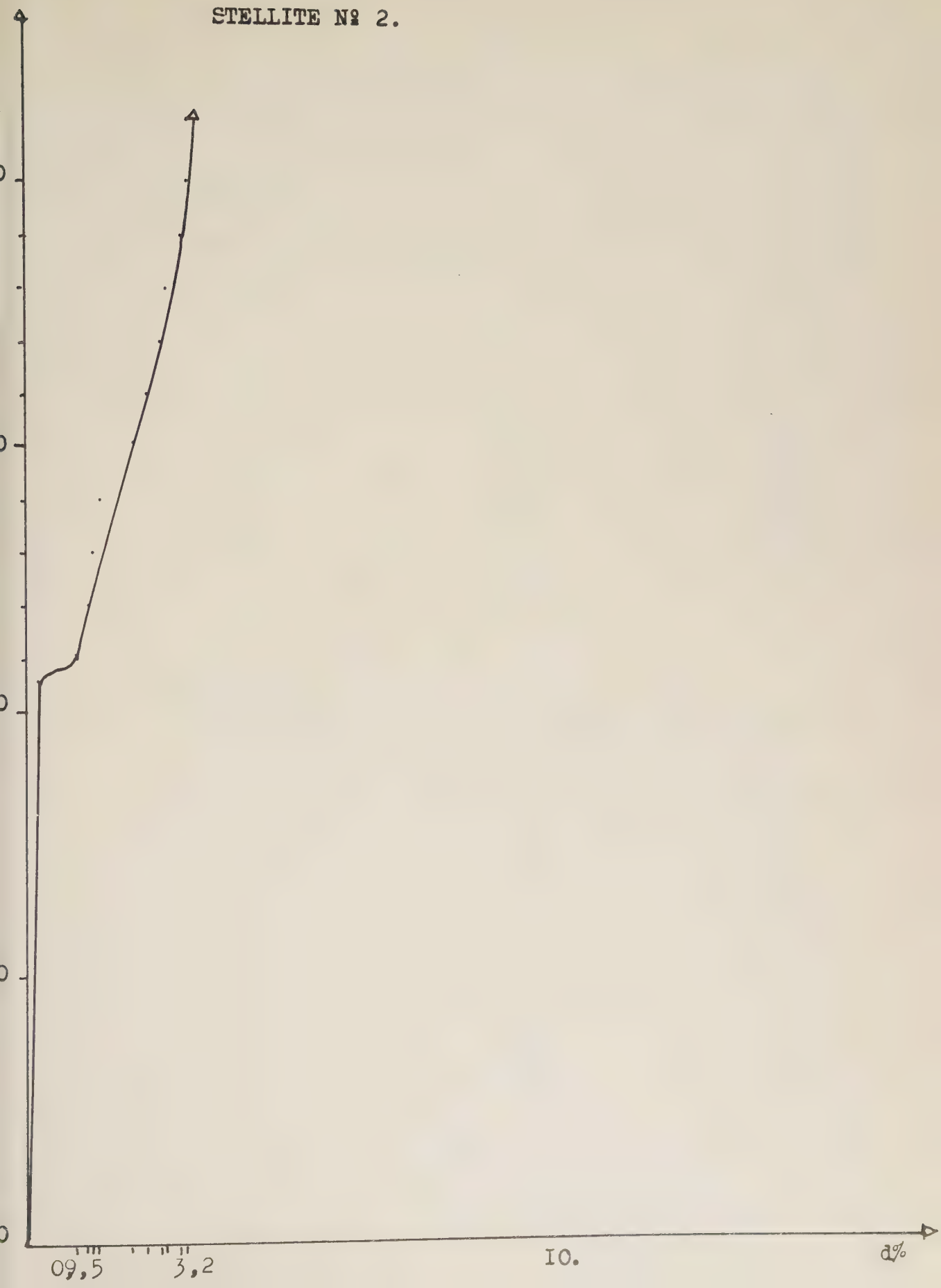
pression <u>P</u>	déformation <u>d</u>	contrainte <u>r</u>
3	0	0,040
4	10	0,062
5	19	0,084
6	25	0,090
7	42	0,094
8	67	0,099
9	78	0,107
10	86	0,120
11	118	0,140
12	145	0,149
13	172	0,161
14	198	0,175
15	227	0,188
16	254	0,198
17	279	0,209
18	295	0,222
19	303	0,241
20	316	0,250

N.B. Pour l'établissement de la courbe de déformation à la compression de cette résine, les échelles sont différentes.

STELLITE № I.



STELLITE № 2.



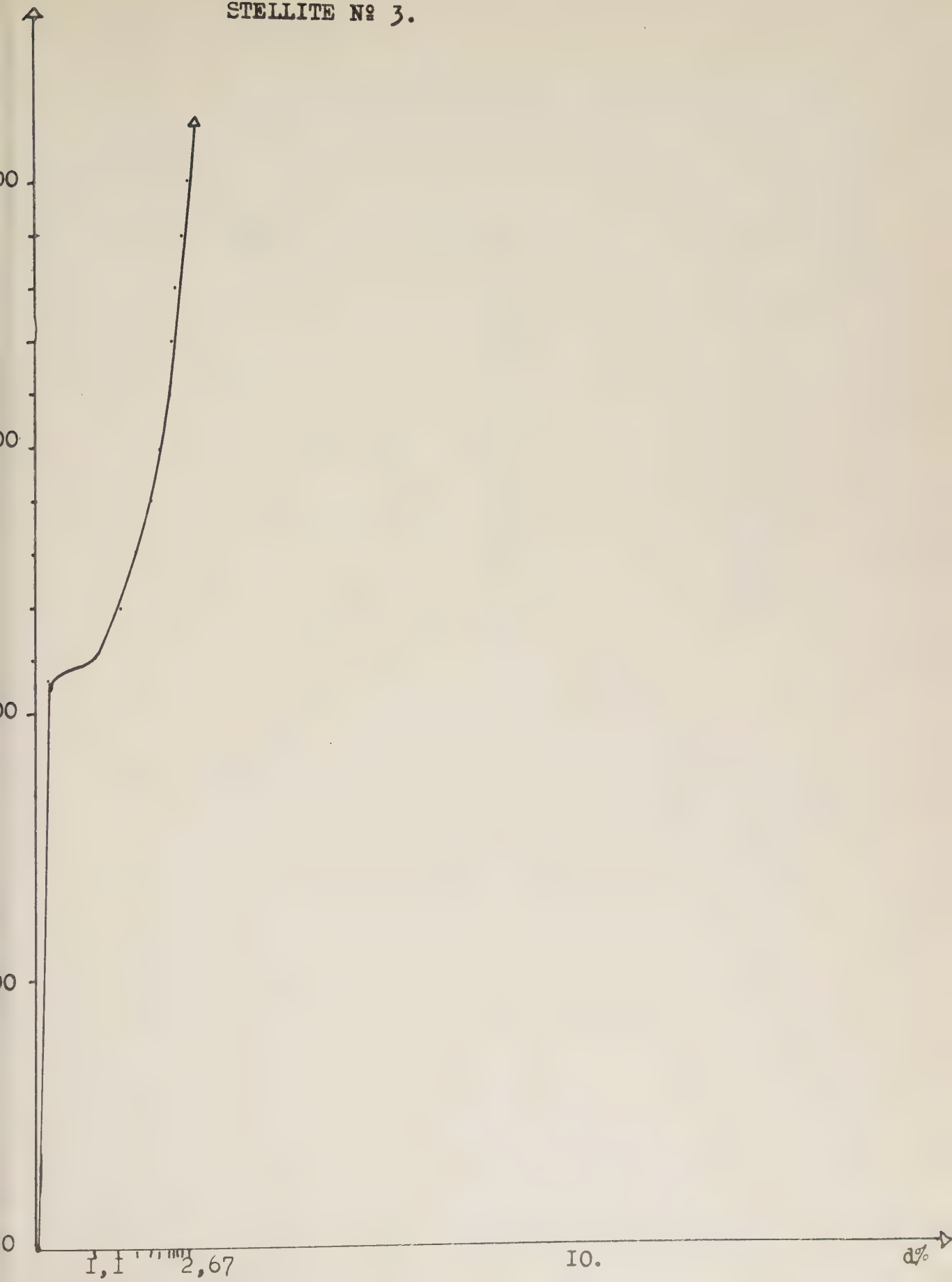
STELLITE n°I

pression $\underline{P_x} 10^2$	déformation $\underline{d}$	contrainte $\underline{r}$
11	0	13,75
12	5	15,00
13	9	16,25
14	12	17,50
15	15	18,75
16	17,2	20,00
17	19,2	21,25
18	22	22,50
19	24,2	23,75
20	25	25

STELLITE n°2

pression $\underline{P_x} 10^2$	déformation $\underline{d}$	contrainte $\underline{r}$
11	9,5	13,75
12	11,4	15,00
13	12,8	16,25
14	13,9	17,50
15	20	18,75
16	23	20,00
17	25,8	21,25
18	26,7	22,50
19	29,1	23,75
20	30,2	25,00

STELLITE № 3.



STELLITE n°3

pression $\underline{P} \times 10^2$	déformation $\underline{d}$	contrainte $\underline{r}$
11	11	13,75
12	15,5	15,00
13	19	16,25
14	21,8	17,50
15	23,2	18,75
16	25	20,00
17	25,5	21,25
18	26,1	22,50
19	27,2	23,75
20	28,7	25,00

N.B. - Pour l'établissement des courbes de déformation à la compression de ces trois stellites, les déformations sont pratiquement nulles jusqu'à une contrainte de 10 kg par millimètre carré.

c) RESULTATS DU CHOC PROTHETIQUE

Dans l'étude pratique de l'énergie de déformation, ainsi que dans celle des modules d'élasticité, l'absorption ou la transmission des efforts des chocs de différentes natures est fonction :

- 1°) des dimensions du matériau considéré,
- 2°) du module d'élasticité du dit matériau.

I. Les dimensions

I.I en compression. Nous savons que le travail absorbé

$$T = \frac{r^2 v}{2 E}$$

Ce travail est donc proportionnel au carré de la charge par mm^2 , et au volume v de l'éprouvette et inversement proportionnel au module d'élasticité.

La charge r étant limitée par la contrainte admissible, il faudra agir sur le volume v .

Ce volume peut s'écrire $v = sl$

Donc, pour augmenter ce volume, il sera possible d'augmenter un des facteurs de cette égalité.

Anatomiquement, les limites de la longueur seront assez vite atteintes, puisqu'au maxillaire, les tubérosités et la limite du voile du palais sont admises, et à la mandibule, les trigones.

Néanmoins, ces extensions maximales atteintes, le facteur longueur aura été nettement amélioré. Pour ces extensions, il faut se référer aux auteurs classiques, tels qu'entre autres : Housset, Ackermann, Schreinemakers...

L'autre facteur, la surface, pourra être modifiée plus facilement. Ici aussi, les extensions préconisées par les auteurs classiques et l'utilisation des matériaux restreints tels : l'hydrocast, l'ivoseal, le triplastic coe-comfort et coeflex, nous permettront une amélioration quelquefois très importante de la surface d'appui.

D'autre part, la réaction sur l'appui étant :

$$Q = \sqrt{\frac{2 E T s}{l}}$$

celle-ci est proportionnelle à la racine carrée du quotient de la section par la longueur.

Il y a lieu de tenir compte de ces conditions pour les dimensions des dents qui devront transmettre les travaux de choc. Il faudra les choisir, courtes et tranues. Nous rejoignons ici, les principes énoncés par Ackermann, dans sa théorie des 3HM qui se trouve mathématiquement confirmée.

Une autre confirmation de ces principes, nous est donnée par les formes d'égale résistance.

La forme d'égale résistance est la forme qu'il faudra donner pour que la contrainte par unité de volume r_w soit toujours la même dans chaque section droite.

Cette forme d'égale résistance permettra, en compression, et torsion, et surtout en flexion, d'absorber par unité de volume, un travail plus important qu'avec une section constante, principalement, dans le cas de prothèses à selles postérieures en extension, où le module de section varie, dans la longueur, dans le même rapport que le moment fléchissant.

o

I.2 En torsion - le travail absorbé :

$$T = \frac{r^2 I_0 \ell}{2 G a^2}$$

dont T est proportionnel à la longueur, mais aussi au moment d'inertie polaire de la section.

Examinons les différentes sections que nous pourrions rencontrer en prothèse.

I.2.1 Section circulaire, pleine, de diamètre d, le moment d'inertie polaire de la section est :

$$I_0 = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{et} \quad a = \frac{d}{2}$$

$$\text{et} \quad r = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{1000 T G}{\pi \ell}}$$

La charge est donc inversement proportionnelle au diamètre et à la racine carrée de la longueur.

Pour diminuer les réactions de choc par torsion en prothèse, il faudra concevoir des crochets de section quasi-cylindrique, qui seront longs et de petit diamètre.

Ce sera le cas des crochets rupteurs qui, pour en augmenter l'efficacité seront souvent placés non sur la dent adjacente à la prothèse, mais sur la dent qui précède celle-ci, afin d'augmenter la longueur.

I.2.2 Section circulaire creuse de diamètre d et d' , le moment d'inertie polaire de la section est

$$I_o = \pi \frac{(d^4 - d'^4)}{32} \quad \text{et} \quad a = \frac{d}{2}$$

$$\text{donc} \quad r = d \sqrt{\frac{4000 T G}{v (d^2 + d'^2)}}$$

$$\text{et} \quad T_m = \frac{C^2 v}{4000 G} \times \frac{d^2 + d'^2}{d^2}$$

or $\frac{C^2 v}{4000 G}$ est le travail correspondant à une section cylindrique pleine.

- Le maximum de T_m aura donc lieu quand $\frac{d^2 + d'^2}{d^2}$ sera maximum, c'est-à-dire quand d' sera égal à d .

- Le travail élastique pouvant être absorbé par un cylindre creux d'épaisseur très petite, travaillant à la torsion est supérieur au travail élastique, pouvant être absorbé par un même volume de métal travaillant à la compression.

Déterminons le rapport des diamètres d' et d , pour que le travail de torsion soit le même que celui de compression ; il faut pour cela que :

$$\frac{d^2 + d'^2}{d^2} = \frac{1}{0,8} = 1,25$$

$$1 + \frac{d'^2}{d^2} = 1,25$$

$$\frac{d'^2}{d^2} = 0,25$$

$$\frac{d'}{d} = 0,5$$

donc, le diamètre intérieur doit être moitié du diamètre extérieur. Dès que le diamètre intérieur est supérieur à la moitié du diamètre extérieur, le travail absorbé par torsion est supérieur à celui absorbé par compression.

Cette conclusion peut paraître paradoxale, mais s'explique facilement.

Lorsqu'une éprouvette travaille à la torsion, les éléments travaillent à la fois, à la traction et à la compression.

Si l'éprouvette est creuse, avec une épaisseur très faible, tous les éléments travaillent au maximum à la traction et à la compression. Ils peuvent donc absorber plus de travail élastique.

Pour absorber un choc ou un travail quelconque, la solution qui met en jeu le plus petit volume de métal, est celle qui consiste à faire agir le choc par torsion sur une pièce cylindrique creuse, dans laquelle le diamètre intérieur est supérieur à la moitié du diamètre extérieur.

L'intérêt de ces calculs est manifeste pour l'établissement, en prothèse, des dimensions des couronnes.

I.2.3 Section carrée de côté b :

Le moment d'inertie polaire sera :

$$I_o = \frac{b^4}{6} \quad \text{et} \quad a = \frac{b}{\sqrt{2}}$$

$$r = \sqrt{\frac{6000 \text{ T G}}{v}}$$

$$\text{et} \quad T_m = \frac{C_v^2}{6000 \text{ G}}$$

Faisons la comparaison avec le cas de la section circulaire, soit : r_I , la charge pour la section circulaire,

r_2 , la charge pour la section carrée.

$$\frac{r_I}{r_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

et le rapport des travaux maxima pouvant être absorbé est $\frac{3}{2}$.

Donc, à section égale, pour une travée de bridge par exemple, la travée à section circulaire peut absorber un travail de déformation élastique 50 % plus grand que la travée à section carrée.

Les charges et les réactions sont inférieures pour la section circulaire.

1.2.4 Section rectangulaire de côtés b et c

Le moment d'inertie polaire de la section est :

$$I_o = \frac{cb (c^2 + b^2)}{12} \quad \text{et} \quad a = \frac{c^2 + b^2}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{6000 T G}{v}} \quad \text{et} \quad T_m = \frac{c^2 v}{6000 G}$$

soit les mêmes valeurs que pour la section carrée.

Comparons les couples de réaction de l'appui :

soit x le côté du carré dont la surface est égale à cb

$$x^2 = cb$$

Le rapport des couples des réactions d'appui est :

$$\frac{Q \text{ section carrée}}{Q' \text{ section rectangulaire}} = \sqrt{\frac{\frac{1000 T G x^4}{3 l}}{\frac{1000 T G cb(c^2 + b^2)}{6}}}$$

$$\frac{Q}{Q'} = \sqrt{\frac{2 cb}{c^2 + b^2}}$$

La partie sous radical n'est autre que le rapport du double de la moyenne géométrique, ou double de la moyenne arithmétique des nombres c^2 et b^2 .

Ce rapport est toujours plus petit que 1 quand les nombres sont différents, ce qui est le cas, puisque c et b sont les côtés d'un rectangle.

Donc, la réaction de l'appui de la travée à section rectangulaire est plus grande que celle à section carrée.

o

I.3 En flexion

$$r = \sqrt{\frac{6000 E T}{I' \ell}} a^2 \quad \text{et} \quad T_m = \frac{L^2 I \ell}{6000 E a^2}$$

Le travail absorbé est proportionnel à la longueur, et inversement proportionnel au carré de la section, mais aussi, proportionnel au moment d'inertie de la section.

I.3.I. Section rectangulaire de côtés b et c

Le moment d'inertie de la section est :

$$I = \frac{bc^3}{12} \quad \text{et} \quad a = \frac{c}{2}$$

$$\text{donc : } r = \sqrt{\frac{18000 E T}{I' \ell}} \quad \text{indépendant de c et de b}$$

$$\begin{aligned} \text{La réaction de l'appui est : } Q &= \sqrt{\frac{24000 E T bc^3}{12 \ell^3}} \\ &= \sqrt{\frac{2000 E T bc^3}{\ell^3}} \end{aligned}$$

$$\text{et } Q = c \sqrt{\frac{2000 E T s}{\ell^3}}$$

La réaction de l'appui est plus faible lorsque c est la plus petite dimension.

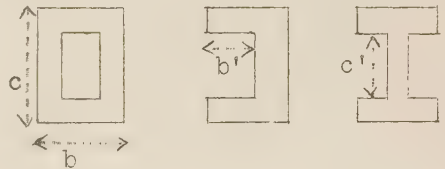
Pour une travée de bridge de section rectangulaire, la plus petite dimension sera la hauteur, car cette travée pourra supporter la même charge et la réaction sur les appuis sera plus faible.

$$\text{Dans ce cas } T_m = \frac{L^2 v}{18000 E}$$

donc la résistance élastique à la flexion pour une travée rectangulaire est le 1/9 de la résistance élastique à la compression.

I.3.2. Section rectangulaire évidée

Ces sections ont même surface et même moment d'inertie



$$I = \frac{bc^3 - b'c'^3}{12}$$

$$\text{donc } r = \sqrt{\frac{6000 E T c^2}{4(bc^3 - b'c'^3)l}}$$

$$r = \sqrt{\frac{18000 E T c^2}{4(bc^3 - b'c'^3)l}}$$

et dans le cas d'une travée appuyée aux deux extrémités :

$$Q = \sqrt{\frac{2000 E T (bc^3 - b'c'^3)}{l^3}}$$

$$T_m = \frac{L^2 l (bc^3 - b'c'^3)}{18000 E c^2}$$

$$\frac{T_m}{v} = \frac{L^2}{18000 E} \times \frac{bc^3 - b'c'^3}{c^2(bc - b'c')}$$

or $\frac{L^2}{18000 E}$ est le travail maximum pouvant être absorbé par une section rectangulaire pleine.

La fraction $\frac{bc^3 - b'c'^3}{bc^3 - b'c'^2 c'}$ est supérieure à 1, puisque c est plus grand que c' .

Donc, ces sections considérées, peuvent, à volume égal, absorber plus de travail élastique qu'une section pleine. Ce travail augmente lorsque b' se rapproche de b .

$$\text{Lorsque } b' = b \quad \frac{T_m}{v} = \frac{L^2}{18000 E} \times \frac{c^3 - c'^3}{c^2(c - c')}$$

$$\frac{c^3 - c'^3}{c^2(c - c')} = \frac{c - c'(c^2 + cc' + c'^2)}{c^2(c - c')} = \frac{c^2 + cc' + c'^2}{c^2}$$

$$\text{donc si } c = c'; \quad \frac{3c^2}{c^2} = 3 \text{ et } \frac{T_m}{v} = \frac{L^2}{6000 E}$$

Le maximum de travail élastique que pourrait absorber une travée rectangulaire évidée, est 3 fois plus grand que celui qui correspond à une travée rectangulaire pleine, de même volume.

I.3.3 Section circulaire de diamètre d

Le moment d'inertie de la section est :

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{et} \quad a = \frac{d}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{\frac{24000 E T}{4}}{\frac{\pi d^4 l}{4}}}$$

$$r = \sqrt{\frac{24000 E T}{v}}$$

$$Q = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{6000 E T s}{l^3}}$$

$$T_m = \frac{r^2 v}{24000 E}$$

Le travail absorbé est 12 fois plus petit que celui absorbé en compression. En le comparant à une travée de section rectangulaire, il en est les 3/4.

I.3.4 Section elliptique d'axes b et c

Le moment d'inertie de la section est :

$$I = \frac{\pi b c^3}{64} \quad \text{et} \quad a = \frac{c}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{24000 E T}{v}}$$

ce qui montre que la charge est la même que pour une section circulaire de même volume, mais la réaction

$$Q = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{6000 E T \frac{\pi b c^3}{4}}{l^3}} \quad Q = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{6000 E T s}{l^3}}$$

est plus grande lorsque le grand axe est dans la direction du travail.

Donc, en prenant un crochet de section elliptique pour diminuer les réactions sur les appuis, il faudra mettre le petit axe dans la direction du travail.

Le travail maximum pouvant être absorbé est :

$$T_m = \frac{L_v^2}{24000} E$$

donc identique à celui correspondant à une section circulaire.

Forme d'égale résistance en flexion

Dans les éprouvettes à section constante, la charge sur les fibres les plus tendues, varie sur toute la longueur de 0 à un maximum qui est la charge r .

C'est pour cette raison que le travail élastique maximum pouvant être absorbé par une éprouvette de section constante, lors d'une déformation de flexion, est relativement faible, par rapport au travail élastique pouvant être absorbé par des déformations de compression ou de torsion.

Si l'éprouvette a une forme d'égale résistance, c'est-à-dire telle que la charge soit constante sur toute la longueur, le travail élastique pouvant être absorbé par unité de volume sera plus grand que précédemment.

Il en résulte que pour absorber un même travail de choc, la pièce sera plus légère.

Déterminons la valeur de ce travail élastique par unité de volume.

Considérons une selle théorique encastrée à une extrémité de section constante s , de longueur ℓ , subissant une déformation de flexion correspondant à un travail T , par une force P agissant à l'extrémité libre.

$$T = \frac{r^2 I \ell}{6000 E a^2} \quad (a)$$

I étant le moment d'inertie de la section et a , la résistance à l'axe passant par le centre de gravité des fibres les plus éloignées :

le volume subissant la déformation est $s \ell$.

Le travail moyen absorbé par unité de volume pour une charge r dans la section d'encastrement est :

$$\frac{T}{s \ell} = \frac{r^2 I \ell}{6000 E a^2 s \ell}$$

$$\frac{T}{s \ell} = \frac{r^2 I}{6000 E a^2 s}$$

Le travail par unité de volume absorbé par le tronçon élémentaire $d\ell$, situé sur la section d'encastrement est égal à la flèche que prend cet élément multiplié par $P/2$

$$dT = dF \times \frac{P}{2}$$

La valeur de la flèche F correspondant à la charge P est :

$$F = \frac{P \ell^3}{3EI}$$

Dérivons par rapport à F et ℓ

$$dF = \frac{3 P \ell^2 d\ell}{3 E I}$$

$$dF = \frac{P \ell^2 d\ell}{E I}$$

$$dT = \frac{P^2 \ell^2 d\ell}{2 E I}$$

dT est ici en kg/mm ; donc, en kilogrammètres :

$$dT = \frac{P^2 \ell^2 d\ell}{2000 E I}$$

divisons par le volume $sd\ell$, pour avoir le travail par unité de volume :

$$\frac{dT}{sd\ell} = \frac{P \ell^2}{2000 E I s}$$

$$P = \frac{rI}{\ell a} \quad P^2 = \frac{r^2 I^2}{\ell^2 a^2}$$

$$\frac{dT}{sd\ell} = \frac{r^2 I^2 \ell^2}{2000 E I s \ell^2 a^2}$$

$$\frac{dT}{sd\ell} = \frac{r^2 I}{2000 E a^2 s}$$

Cette valeur représente le travail par unité de volume absorbé par la flexion d'un élément dans lequel la charge maxima est égale à r.

Avec une selle en forme de solide d'égale résistance à la flexion, dans laquelle la charge maxima sur toutes les sections est égale à r , le travail absorbé en flexion rapporté à l'unité de volume sera :

$$\frac{T}{V} = \frac{r^2 I}{2000 E a^2 s}$$

Comparons cette valeur à celle correspondant à une selle de section constante (a) ; elle est trois fois plus grande.

Le maximum de travail élastique par unité de volume que peut absorber une selle travaillant à la flexion a lieu lorsque la charge r est égale à la limite d'élasticité et lorsque la selle a une forme de solide d'égale résistance :

$$\frac{T_m}{V} = \frac{L^2 r I}{2000 E a^2 s}$$

Ce raisonnement pourrait se faire pour une selle encastrée aux deux extrémités, telle une travée de bridge, ou pour une selle appuyée aux deux extrémités. Le résultat final serait exactement le même.

Il est donc possible de réduire de façon appréciable, le poids des prothèses, en leur donnant une forme appropriée, sans pour cela diminuer leurs capacités d'absorption des chocs.

II. En fonction du module d'élasticité

- Avant d'entamer l'étude de l'absorption ou de la transmission des efforts, selon les modules d'élasticité des matériaux utilisés, il faut considérer les contraintes admissibles des tissus de soutien que sont les dents et le tissu ostéo-muqueux qui seront appelés à supporter les appareillages prothétiques.

La force moyenne de mastication développée par les trois muscles élévateurs, correspond à 60 kgf. environ. Ce chiffre nous est donné par les auteurs classiques, la mesure ayant été faite, soit par le gnathodynamomètre, soit pour BENNEJEANT, par un électromyographe.

Considérant le mécanisme mandibulaire comme un levier du troisième genre, il est possible de calculer, ainsi que l'a fait TYLMAN, l'effort supporté par chaque dent.

Le moment de la force motrice, résultante musculaire, est égal au produit de cette force par la perpendiculaire abaissée du centre condylien sur sa droite d'action.

Ce moment est équilibré par la somme des moments élémentaires, égaux au produit de la réaction élémentaire d'une dent par la distance de la projection du centre condylien sur la droite d'action réactionnelle.

Dans le cas de la deuxième molaire inférieure :

$$60 \text{ kg} \times 2,5 \text{ cm} = F \times 7,5$$

$$F = \frac{150}{7,5} = 20 \text{ kgf.}$$

En répétant cette opération pour chaque dent, nous constatons que les forces maximales supportées par les dents sont proportionnelles à la surface du périodonte.

La même valeur de contrainte admissible est obtenue pour toutes les dents, soit environ $C = 7 \text{ kg/cm}^2$.

Mais la force réactionnelle limite est répartie en tension et en compression entre : le ligament,
la lamina dura,
le tissu spongieux interne.

Les orthodontistes tels SCHWARZ en 1939 ont défini à 60 g/cm^2 la plasticité maximum du tissu osseux. Cette définition est donnée pour une force continue sans espace de repos.

En référence aux lois de Jores, une pression faible et continue favorise, par accumulation énergétique, la résorption osseuse. Par contre, une pression forte, mais restant dans les limites de la résistance élastique, et séparée par des intervalles de repos, favorise l'ostéogénèse.

Ces lois de Jores sont confirmées par l'expérience suivante : un fragment d'os spongieux placé dans du sérum physiologique est soumis à une pression exercée par un poids de 100 grammes. La courbe d'enregistrement de la déformation est donnée par un stylet inscripteur sur un cylindre rotatif. Après 48 heures, le stylet inscrit l'amorce d'une courbe descendante.

Dans les mêmes conditions, l'enregistrement sera fait avec des pressions croissantes, pendant un temps uniforme de cinq secondes. De 100 à 1400 grammes environ, le

stylet marque une courbe descendante, et la pression cessant, la courbe revient à sa position initiale. A partir de 1 500 grammes pendant cinq secondes, la pression cessant, il n'y a pas de retour à la position initiale.

La limite de résistance élastique du tissu de soutien osseux peut donc être acceptée à $C_t = 1,5 \text{ kg/cm}^2$.

La limite de résistance élastique du parodonte est donc cinq fois moins grande que la limite de résistance élastique du ligament alvéolo-dentaire.

- Ce ne sont pas là des valeurs absolues, puisque données en fonction de tissus vivants et variables également en fonction des types morphologiques des individus, mais ces approximations permettent quand même une étude comparative.

Il nous faut également préciser, étant donné la précision du levier complexe qu'est la mandibule, les proportionnalités harmonieuses qui existent dans le système masticateur :

- 1°- entre les distances séparant, bouche ouverte, les faces occlusales des dents.
- 2°- entre la pente condylienne et l'axe longitudinal de l'apophyse transverse.
- 3°- entre l'intensité de la force musculaire et sa répartition simple et justifiée par la fonction de l'organe dentaire.
- 4°- entre la surface périodontale et la force limite pouvant être acceptée par la dent.

- 5°- entre l'architecture du tissu osseux et l'épaisseur du ligament alvéolo-dentaire, prouvant l'organisation rationnelle de la mastication.
- 6°- entre les systèmes proprioceptifs des muscles masticateurs, permettant instinctivement d'éviter les zones affaiblies, de répartir les surcharges sur les dents saines et de les diminuer sur les dents malades (Nous voyons souvent en pratique, des prothèses irrationnelles qui existent depuis de nombreuses années).
- 7°- entre les fréquences diurnes et nocturnes des déglutitions et des sollicitations fonctionnelles.
- 8°- entre les surfaces occlusales en contact et les surfaces occlusales totales.
- 9°- entre le type bio-morphologique d'un individu et ses dents.

- Ces proportionnalités harmonieuses et ces facultés d'adaptation, qui ne sont pas réservées par la nature au seul système manducateur, ne doivent pas faire oublier que, devant la perfection naturelle, le praticien, qu'elle que soit son perfectionnisme, ne pourra qu'approcher ces conditions idéales.

Néanmoins la connaissance des propriétés mécaniques des matériaux utilisés, permet de diminuer, sinon de supprimer les conséquences nuisibles de la construction des systèmes prothétiques.

C'est dans cet esprit que se fera l'analyse d'utilisation des matériaux, selon la valeur de leur module d'élasticité.

Sur le diagramme des courbes comparatives, il est facile de se rendre compte des différences existant entre les modules d'élasticité des matériaux divers que nous employons.

Ainsi, pour les stellites, le module de Young, sera compris entre 21 000 et 23 000.

Etant donné les autres propriétés mécaniques de ce matériau :

allongement	2 à 4 %
limite élastique	41 da N
charge de rupture	68 da N
dureté Brinell	300 à 350,

cette valeur élevée du module donne la possibilité d'employer ce matériau, dans de nombreux cas d'appareillage.

Il y a peu de différences entre les modules E de ces alliages ; seule la composition de ceux-ci pourra faire varier leurs qualités mécaniques.

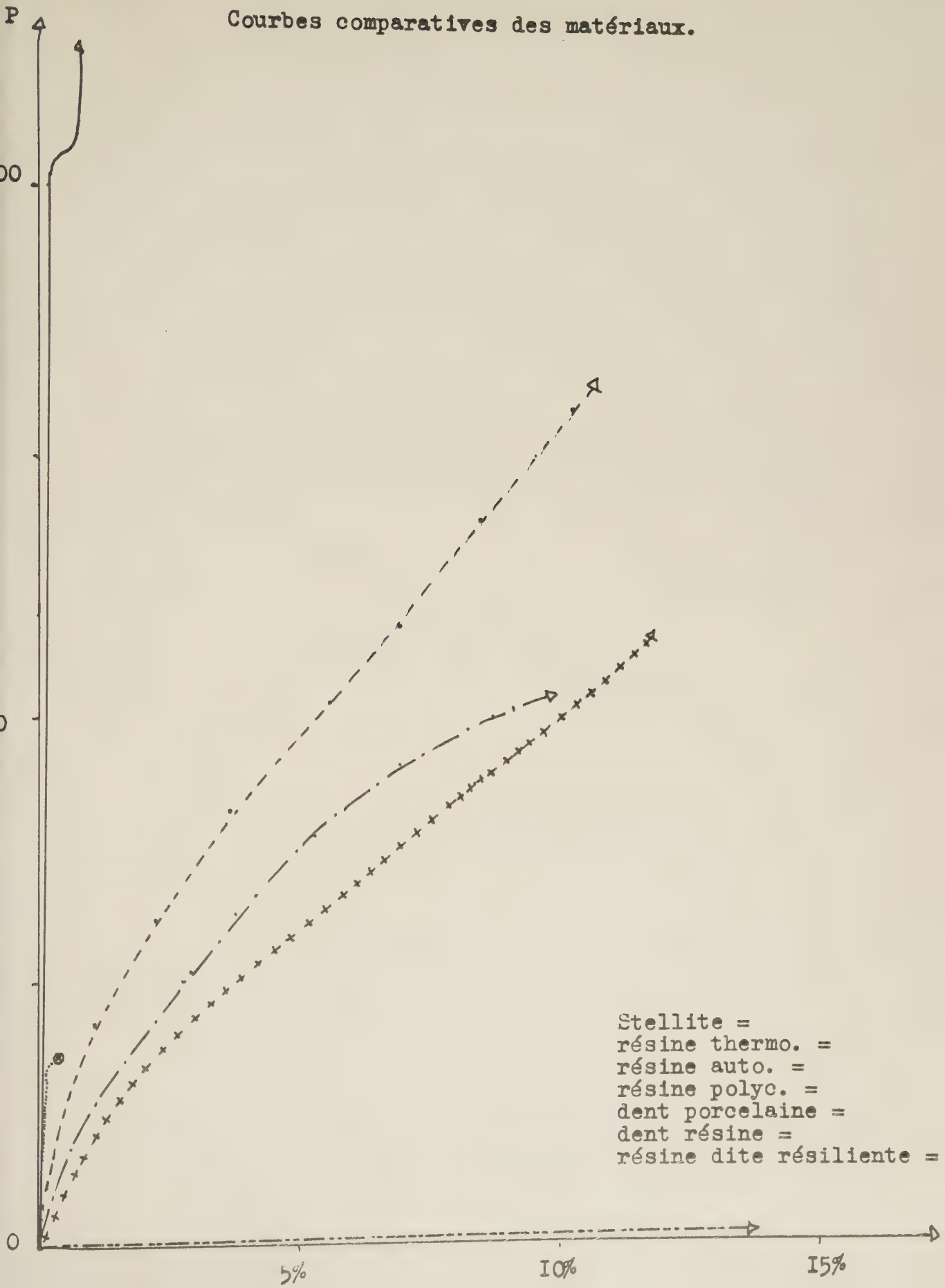
Leurs propriétés mécaniques indiquent qu'ils transmettront presque intégralement les efforts, mais aussi, que leur flexibilité pourra être considérée comme très faible, ce qui correspond aux conditions d'appareillage en édentation encastrée, qui peut être assimilée à un appareillage fixe.

L'appareillage sera très rigide et très fonctionnel sous un faible volume.

D'autre part, étant donné sa haute limite d'élasticité, ce matériau sera susceptible d'être utilisé dans la confection des tenons radiculaires.

La surface de section d'un tenon doit répondre à

Courbes comparatives des matériaux.



l'égalité :

$$s = \frac{P}{E}$$

P = pour un héli-maxillaire : 30 kgf

$$r = \frac{P \text{ da N}}{s}$$

$$\pi R^2 = \frac{30}{2}$$

Comparons les valeurs des diamètres du tenon pour les métaux prothétiques usuels compatibles avec la limite élastique :

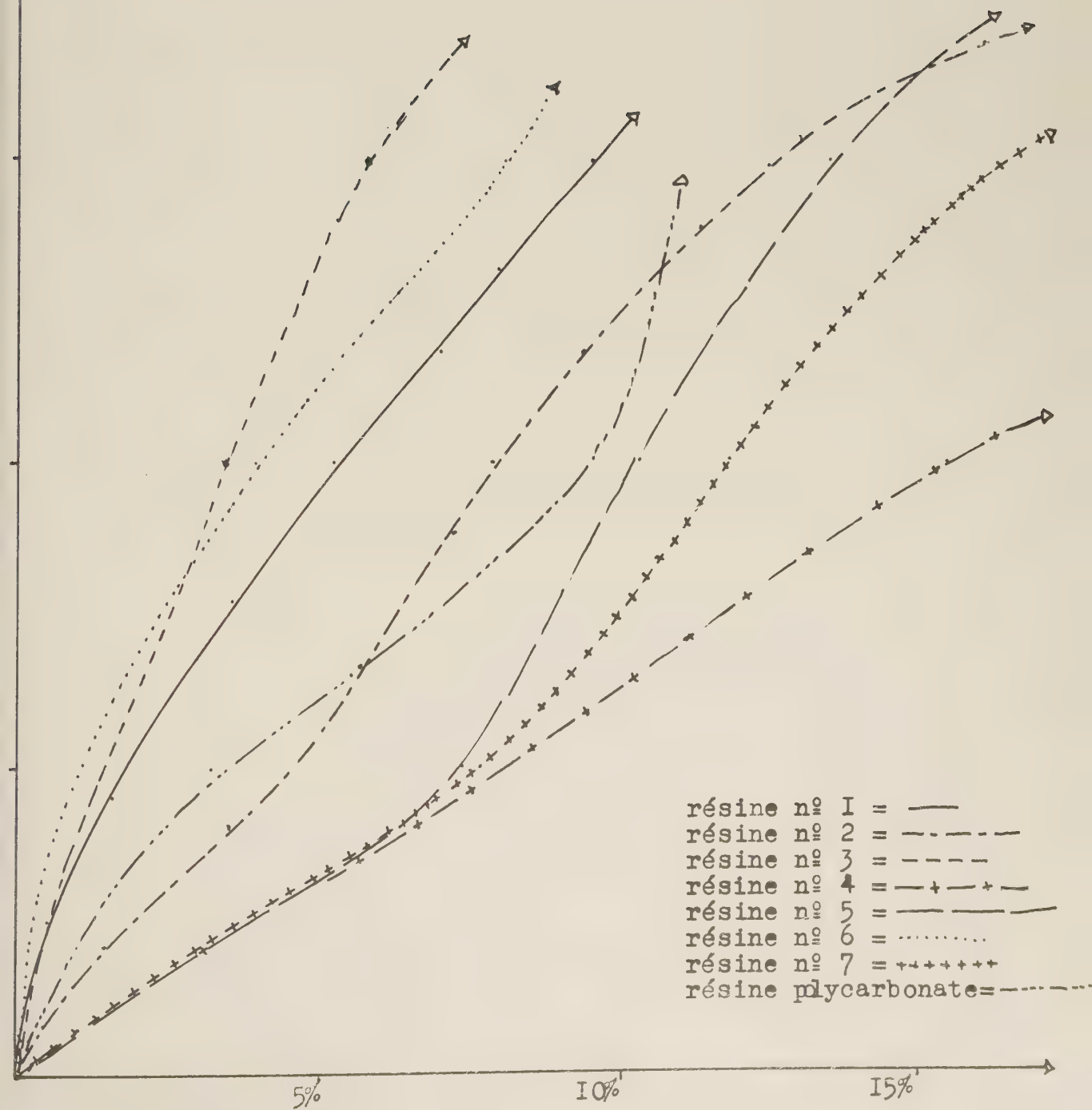
Au 18	1,58	4,9	diamètre tenon mm ²
Au 22	5,6	2,6	
Ag	4	3,1	
Pt	7	2,3	
Acier 18/8	11,5	1,8	
Stellite	1,1		

Pour résister à la compression, certains métaux exigent des dimensions telles, qu'ils sont inutilisables comme tenons radiculaires.

Dans la zone moyenne, sur le diagramme de courbes comparatives, se trouvent les résines thermodurcissables et les résines autopolymérisables.

Les modules d'élasticité de ces matériaux indiquent qu'ils transmettront plus ou moins, et absorberont plus ou moins, les efforts auxquels ils seront soumis ; leur utilisation permettra un très large éventail de possibilités.

Courbes comparatives des résines thermodurcissables.



En effet, étant toujours utilisés en association avec des dents (porcelaine ou résine), l'effort résultant transmis ou absorbé, sera égal à la racine carrée de la somme des carrés.

D'après les courbes comparatives, dans un cas moyennement favorable, on pourra associer une résine thermodurcissable à des dents porcelaine. Leur fonction sécante est supérieure à celle des dents résine, étant donné leur plus grand module d'élasticité.

Dans un cas déjà moins favorable, on associera une résine de module d'élasticité assez faible à ces mêmes dents porcelaine, ou une résine de module d'élasticité plus élevé, avec des dents résine.

Dans la zone inférieure du diagramme des courbes comparatives, se trouvent les résines dites "résiliantes", avec un module d'élasticité très faible.

Dans les cas très graves, elles rendront d'immenses services, et nous avons tous vu, malheureusement des bouches où le seul appareillage supportable n'était possible que grâce à ces matériaux.

D'après la largeur moyenne des dents, soit pour le maxillaire, soit pour la mandibule, la longueur d'une hémio-arcade est environ 50 mm.

En prenant, par hypothèse, les conditions idéales : une muqueuse saine, une crête en parfait état, les chiffres suivants peuvent être admis :

largeur de crête (en moyenne)	13 mm
hauteur " " "	12 mm
surface d'un héli-maxillaire	18,5 cm ²
pression de mastication	30 kg

la contrainte sera donc : $r = \frac{30}{18,5} = 1,6 \neq 1,5$ qui représente la contrainte admissible du tissu de soutien.

Dans ces conditions idéales, l'appareillage prothétique ne présente pas de problème, puisque, quelle que soit la transmission des efforts, on avoisinera la contrainte admissible du tissu de soutien.

Dans la réalité, il n'en est pas de même. Nous retrouverons très rarement ces conditions idéales, et dans la très forte majorité des cas, la surface d'appui sera toujours diminuée.

Pour éviter le luse osseuse à plus ou moins brève échéance, il faudra essayer, par l'utilisation de matériaux adéquats de la retarder.

Souvent aussi, le praticien se trouve en présence d'une arcade résiduelle de valeur intrinsèque aléatoire, dont les dents alvéolisées ne pourront supporter la surcharge.

L'appareillage d'une édentation postérieure, déjà ancienne et dont les surfaces d'appui sont réduites, sera aussi plus difficile.

I.2 Prothèse à selles postérieures libres :
antagonisme dents naturelles

Dans ce cas, la transmission des efforts sera grande et valorisée par le moment de la force de choc aux extrémités des selles.

Il y a intérêt à agir sur les dimensions de celles-ci :

- en augmentant au maximum leur surface d'appui,
- en leur donnant une forme d'égale résistance, aussi bien au point de vue compression que flexion,
- en diminuant le nombre et la surface de contact des dents prothétiques.

C'est le principe 3 H M d'Ackermann.

Selon l'état de la crête, on pourra utiliser des matériaux à module d'élasticité plus ou moins grand.

Les selles seront aussi étendues que possible et recouvriront les tubérosités ou les triangles, afin d'éviter le mouvement basculant sagittal ou : rocking.

Les extensions se feront aussi dans la région des planchettes mandibulaires qui sont la zone d'appui par excellence pour la mandibule.

Les appuis seront indirects sur l'arcade résiduelle, si possible, sur plusieurs dents, solidaires ou non, et avec des résultantes axiales.

Ces appuis indirects pourront aussi être des disjoncteurs dont le blocage crée des effets prothétiques stabilisants en limitant le mouvement des selles.

I.2.1 Prothèses à selles postérieures libres
antagonisme par appareillage prothétique

Les mêmes principes seront pris en considération, quant aux dimensions (3 H M), aux extensions et à la limitation des mouvements des selles.

Des matériaux de module d'élasticité assez bas seront utilisés, si l'appareillage antagoniste est constitué de matériaux à haut module d'élasticité, ou le même matériau que l'appareillage antagoniste, si celui-ci est constitué de matériaux à module d'élasticité moyen.

I.2.2 Prothèses à selles postérieures libres
antagonisme : prothèse complète

Le problème est le même que pour le cas précédent avec toutefois, une indispensable équilibration pour éviter les prématurités.

I.2.3. Prothèse complète et antagonisme naturel

La transmission des efforts sera très grande, et l'absorption de ceux-ci dépendra des matériaux prothétiques utilisés (résine de base et dents).

Selon la valeur de la crête, et les possibilités d'extension de la surface d'appui, il sera loisible de choisir une base à module d'élasticité bas, et des dents porcelaine, ou une base et des dents de module d'élasticité moyen.

Il convient de se méfier des prématurités et de corriger

les extrusions ou les défauts d'occlusion de l'arcade antagoniste, afin d'éviter les prématurités.

L'antagonisme d'une denture naturelle et d'une prothèse complète (souvent maxillaire), est un des cas les plus difficiles à traiter. Il dépend à la fois, de la valeur de la crête et des tissus de soutien, de la tonicité des organes périphériques, et de leur degré d'infiltration cellulaire, du schéma occlusal de l'arcade antagoniste, et du rapport des crêtes dans les trois plans de l'espace.

De plus, les réflexes de posture provoqués par une édentation plus ou moins ancienne, vont encore compliquer le problème.

Le choix du matériau de base, en fonction de ces critères, devra donc être très étudié, et partant de résines à module d'élasticité assez élevé pour les cas favorables, il arrivera d'être obligé d'employer des résines dites "résiliantes" pour assurer le confort d'un édenté de longue date, sans beaucoup de crêtes, et présentant un bilan buccal très négatif.

I.3 Prothèse complète face à une prothèse complète

Le cas est, sans aucun doute, moins difficile, et les modules d'élasticité des matériaux utilisés pour les bases et pour les dents prothétiques pourront se combiner selon l'état des crêtes et les possibilités d'extension des surfaces d'appui.

Un examen clinique bien conduit et des empreintes anatomo-fonctionnelles, après mise en condition, permettront un choix judicieux, dans la très large gamme dont dispose le praticien.

2 En fonction du matériau

2.I Alliage métallique - antagonisme de dents naturelles

Les deux modules d'élasticité sont dans le haut de la gamme, donc valables :

- si les critères d'appareillage sont bons,*
- si les crêtes sont bonnes,*
- si la surface d'appui est bonne,*
- avec une hauteur d'occlusion réduite, un articulé bout à bout de dents abrasées,*
- avec une arcade résiduelle solide pouvant supporter les appuis indirects.*

2.I.1 Alliage métallique - antagonisme d'appareil prothétique

Le module de l'alliage métallique étant grand, l'utilisation d'un stellite sera déterminée aussi par la valeur de l'antagonisme qui devra au moins être établi sur de bonnes crêtes, avec une surface d'appui suffisante et réalisé dans des matériaux à module d'élasticité assez haut.

2.2 Résine acrylique - antagonisme dents naturelles

Le cas est favorable, étant donné les possibilités d'absorption de ce matériau.

Selon l'état du tissu de soutien, il sera possible d'utiliser les combinaisons de bases à modules d'élasticité différents, avec dents résine ou porcelaine.

2.2.I Résine acrylique - antagonisme stellite

Les mêmes possibilités que dans le cas précédent peuvent être envisagées.

2.2.2 Résine acrylique - résine acrylique

Cas favorable où il sera possible d'assurer un équilibre entre les modules des matériaux utilisés.

3 En fonction des dents prothétiques

3.I Dents porcelaine - contre dents naturelles

Les modules avoisineront et la fonctionnalité sera bonne, mais l'articulé devra être minutieusement fait, et une surveillance avec ré-équilibrage périodique sera utile (ainsi que le préconise Jankelson).

3.2 Dents résine contre dents naturelles

Les dents résine ayant un module d'élasticité plus faible que les dents naturelles, il sera possible d'observer des zones d'usure en fonction de prématurités avec, à la limite une tendance à la sous-occlusion.

L'efficacité masticatoire sera nettement diminuée, ce qui engage à réserver ces dents, pour les cas difficiles

3.I.I. Dents porcelaine contre dents porcelaine

Les modules d'élasticité étant élevés, elles seront utilisées dans les cas favorables. Leur efficacité

masticatoire est nettement supérieure à celle des dents résine. Mais les prématurités auront des conséquences plus sérieuses, étant donné le haut module d'élasticité qui ne favorise pas leur adaptation par usure.

3.2.1. Dents résine contre dents porcelaine

Les modules d'élasticité étant différents, il faudra choisir, en fonction des indices positifs et négatifs, sur quelle arcade utiliser l'une ou l'autre de ces sortes de dents.

3.2.2. Dents résine contre dents résine

Les modules d'élasticité étant les plus faibles, cette combinaison sera, en principe, réservée aux cas difficiles nécessitant des retouches fréquentes, et souvent chez les personnes âgées, elle sera associée à des résines dites "résilientes".

o

Le paragraphe suivant sera réservé aux résines dites "résilientes", et à leur utilisation.

o

Les résines dites "résilientes"

Les diagrammes de déformation nous montrent le module d'élasticité, comparativement très faible de ces matériaux, par conséquent, leur grand pouvoir d'absorption des efforts.

Leur utilisation nous sera particulièrement précieuse dans les cas presque désespérés, de patients qui ne peuvent supporter aucun contact dur de la part de leurs prothèses. C'est le cas, en particulier, des personnes âgées, dont l'état et la valeur de la surface d'appui sont très amoindris, et chez lesquelles, les organes périphériques ont perdu presque toute leur tonicité, et où une forte infiltration cellulaire sera décelable.

Le seuil de la douleur à la pression prothétique est très bas, avec une augmentation de la rigidité au détriment de la flexibilité osseuse.

L'appareillage prothétique sera très difficile, et malgré les mises en condition, l'emploi des résines dites "résilientes" restera, pour ces cas, la technique de choix.

Toutefois, la nature même de ces matériaux, plus ou moins vacuolaires, ne facilite pas la fidélité de reproduction des surfaces d'appui. Ils exigent aussi, des règles d'hygiène très strictes, étant donné, leurs propriétés naturelles de rétention des particules alimentaires ou autres.

De plus, leur cohésion avec les autres résines est quelquefois d'assez mauvaise qualité, et demande certaines précautions.

Une amélioration avait été tentée, ainsi que le décrit ACKERMANN, en réalisant au niveau des dents artificielles, des périodontes amortisseurs en résine dite "résiliente".

La solution du problème pourrait venir des nouvelles résines, étudiées par les laboratoires américains. Ce nouveau produit prototype serait un genre de sandwich, le matériau résilient en constituant la partie interne. La cuisson donnerait un résultat comparable à celle du pain, avec une croûte extérieure relativement dure, et la mie, représentée par la partie résiliente. Ce serait un progrès certainement appréciable.

R E S U M E

-:-

Par divers exemples, nous avons montré qu'il est possible de déterminer pratiquement les charges sur un appareil prothétique, soumis à des chocs exprimés en kilogrammètres. D'après le taux de sécurité choisi, les dimensions pourront être exprimées avec précision.

- I -

Il sera donc possible également de contrôler les conditions de résistance élastique, et d'éviter les transmissions nocives des forces de choc :

- a/ soit en modifiant la résistance élastique, sans toucher aux dimensions
- b/ soit en modifiant les dimensions pour permettre l'absorption d'un travail élastique plus grand :
 - I-b/ en augmentant les dimensions pour une meilleure répartition des forces
 - 2-b/ en modifiant la forme prothétique
 - 3-b/ en augmentant la flexibilité des crochets et des appuis indirects
- c/ soit en associant ces deux moyens.

- II -

Un appareillage doit être considéré comme un solide d'égale résistance, dans lequel, les dimensions sont telles que les charges correspondent aux mêmes taux de sécurité.

Si ces conditions sont respectées, la prothèse présente le maximum de légèreté pour les matériaux choisis, et le taux de sécurité adopté.

- a/ Il est important de noter : la relation de proportionnalité qui existe entre le volume de la prothèse recevant le choc, et le travail absorbé, pour une charge donnée, dans des conditions déterminées.

Pour absorber des chocs de grande intensité, il faut donc des prothèses volumineuses.

Un même volume de matériau peut absorber des quantités de travail élastique différentes, suivant la façon dont le choc agit : compression, torsion ou flexion.

- b/ Pour les chocs de torsion et de flexion, le travail élastique pouvant être absorbé, pour un volume donné, est aussi fonction de la section de ce volume.

Pour un même volume de matériau devant absorber un travail de choc dans les mêmes conditions, la réaction de choc est variable, et il est possible de la réduire autant qu'on le désire, en augmentant la flexibilité du matériau.

- c/ Un autre fait qui se dégage de cette étude est : l'effort brusque, dans le sens absolu du mot, n'existe pas.

En raison de l'élasticité de la matière, tout choc si rapide soit-il, correspond à une application d'efforts progressivement croissants.

La résistance des matériaux aux chocs est de même nature que la résistance aux vibrations ou aux efforts répétés. La seule différence est que, dans le cas d'un choc, la période d'application de la charge est généralement plus courte.

Dans la pratique courante, il y a peu d'exemples où les matériaux n'ont à supporter que des efforts simples et constants ; ils sont généralement soumis à des charges fluctuantes ou répétées, et tendent à prendre un comportement caractéristique différent de celui qu'ils peuvent avoir sous charge permanente. Ce comportement est appelé : fatigue.

Si les matériaux sont soumis à des efforts relativement peu élevés, mais se répétant souvent à une cadence élevée, ce qui est le cas, en particulier, dans les dysfonctions et le bruxisme, ils enregistrent une fatigue qui peut prendre des proportions dangereuses pour leur résistance, à cause des modifications de cristallisation moléculaire.

Après quelques mois ou quelques années, une travée de bridge, par exemple, peut se briser subitement sous l'action de forces répétées de la mastication, alors qu'elle était capable de résister initialement à des efforts beaucoup plus importants.

Nous avons encore précisé, au cours de cette étude, que les deux principaux facteurs de la résistance aux chocs sont :

- la charge limite d'élasticité L
- le module d'élasticité E

Si les corps étaient parfaitement élastiques et homogènes, ces facteurs seraient les seuls à intervenir dans cette résistance.

Pratiquement, aucun corps n'est parfaitement élastique et homogène : avec les deux facteurs ci-dessus, il en est d'autres qui interviennent dans la faculté qu'ont les corps de pouvoir absorber les travaux de choc, sans déformation.

- 1°) la forme structurale du matériau.
- 2°) le degré de pureté et d'homogénéité du matériau
- 3°) l'importance du frottement interne.

I°) La forme structurale du matériau

La plupart des métaux et alliages utilisés en art dentaire ne comportent chacun, qu'une seule sorte de cristaux, ce qui est une condition nécessaire pour la bonne tenue à la corrosion.

Dans le cas d'un alliage, on parle alors, d'une solution solide.

Ces alliages présentent en général des propriétés mécaniques supérieures à celles des métaux qui les constituent, par suite de la distorsion provoquée dans un même réseau cristallin par des atomes de dimensions différentes.

La grosseur de ces cristaux a une grande influence sur la résistance aux chocs, car généralement, la rupture se fait entre deux cristaux, c'est-à-dire qu'elle est intercristalline. L'endurance à la fatigue est d'autant plus grande que la cristallisation est plus fine.

Lorsque l'unité structurale fondamentale des matériaux est la molécule, et lorsque la matière ne présente pas les propriétés caractéristiques de l'état cristallin, les matériaux sont qualifiés d'amorphes.

C'est parmi ces matériaux amorphes, qu'il faut classer les polymères qui comprennent les résines utilisées en art dentaire.

Cet ensemble hétérogène de molécules comporte obligatoirement un certain nombre d'imperfections qui peuvent jouer un rôle bénéfique ou préjudiciable, dans le comportement des matériaux.

2°) Le degré de pureté et d'homogénéité du matériau

Les molécules sont maintenues ensemble, par des forces plus faibles que les liaisons atomiques appelées : liaisons secondaires ou liaisons de Van der Waals.

La propagation d'une fissure se fait par bonds entre les parties non homogènes du matériau. Les résines

cross-linked (à chaînes croisées), ont, en partie remédié à cet inconvénient, mais il reste à déterminer l'influence des manipulations, des cuissons et coulées, plus ou moins conformes aux indications des fabricants, sur la résistance ultérieure et l'endurance des matériaux utilisés.

3°) L'importance du frottement interne

Pour les métaux et alliages, plus le frottement interne est important pour une charge, moins le métal résistera aux chocs répétés.

Le frottement interne peut être considéré comme étant le résultat d'une sorte de viscosité élastique du métal, qui empêche les cristaux de reprendre immédiatement leurs positions primitives, après une déformation élastique. Il en est de même pour les chaînes moléculaires des résines.

A chaque choc, il y a une petite déformation dans l'arrangement interne des cristaux ou des chaînes moléculaires, et le matériau ne pourra pas résister indéfiniment à une succession de chocs semblables.

Le nombre d'efforts que peut supporter un matériau est d'autant plus grand que l'importance du frottement interne est plus faible à la charge maximum considérée.

- Ces frottements internes expliquent, en partie, les phénomènes de fatigue dont il a été question plus haut.

C O N C L U S I O N S

Les formules mathématiques de l'énergie de déformation et, surtout l'expérimentation concernant les modules d'élasticité, ont permis de confirmer l'hypothèse émise dans le préambule. Ces conclusions permettront d'émettre quelques suggestions quant aux dimensions et formes des prothèses, ainsi que sur les possibilités d'utilisation des matériaux en fonction de leurs modules d'élasticité.

Cette étude sur les dimensions permet de dire que, pour améliorer l'efficacité des prothèses, il faudrait :

- 1) en compression : augmenter les surfaces d'appui, diminuer les surfaces de mastication.
- 2) en flexion : concevoir des travées de bridge d'une forme proche de la section rectangulaire évidée, qui absorbe trois fois plus de travail que la forme à section carrée.
- 3) en torsion : concevoir des crochets minces et longs, de section elliptique, qui supportent la même charge que ceux de section circulaire, mais dont la réaction sur les appuis est moins grande, le petit axe elliptique étant dirigé dans la direction du travail ;

concevoir également des travées de bridge de forme proche de la section rectangulaire, donnant moins de réaction sur les appuis que la forme à section carrée.

En compression et en flexion, la conception des selles en forme d'égale résistance permet, soit d'augmenter la charge par unité de volume, soit de réduire le poids de la prothèse.

L'étude comparative des modules d'élasticité permet de dire qu'il faut essayer d'améliorer l'efficacité des prothèses :

I - en fonction de l'édentation :

I - I pour des prothèses encastrées assimilables à des prothèses fixes, utiliser, selon les possibilités, des matériaux à haut module d'élasticité et à limite de résistance élastique élevée.

I - 2 pour des prothèses à selles en extension, des matériaux à haut module d'élasticité avec un montage 3 H.M, ou la gamme de matériaux à module d'élasticité moyen selon la valeur de l'arcade résiduelle.

I - 3 pour des prothèses complètes, des matériaux à module complémentaire du matériau antagoniste.

2 - en fonction du matériau de base :

2 - I les alliages "stellites" à haut module d'élasticité dans les cas les plus favorables.

- 2 - 2 les résines thermodurcissables et autopolymérisables
dans les cas normaux et subnormaux.
- 2 - 3 les résines à forte résilience, dont le module
d'élasticité est très faible, dans les cas graves et
désespérés.
- 3 - en fonction des dents artificielles :
- 3 - I les dents porcelaine : dans la majorité des cas,
étant donné leur meilleur pou-
voir sécant, en les associant,
dans les cas subnormaux avec
une résine de base de faible
module d'élasticité.
- 3 - 2 les dents résine : dans les cas normaux et sub-
normaux, pour éviter le bruit
ou par exigence esthétique,
ou dans tous les cas où la
résine de base est une résine
dite "résiliente".

Il est évident que les méthodes expérimentales em-
ployées ont permis de donner, en valeur absolue, quelques
indications, quant au choix, et à l'utilisation des maté-
riaux.

Travaillant sur des tissus vivants, essentielle-
ment variables en qualité, ayant des facultés d'adaptation
exceptionnelles, ces valeurs absolues sont des approxima-
tions qui, bien souvent, sont modifiées, voire contredites,
par l'expérience clinique. Celle-ci demeure en fait, le seul
critère valable de notre profession.

Vu :
Le Président :
Signé : P. CERNEA

Vu :
Le Doyen honoraire,
Administrateur provisoire
de la Faculté de Médecine :
Signé : G. BROUET

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris :
Signé : R. MALLET

B I B L I O G R A P H I E

- ACKERMANN F. - Prothèses partielles rigides ou prothèses
ruptrices.
Schweis. Mschr. Zahnheilk, 9/49, n°9, p.725-727.
- ACKERMANN F. - Principes et techniques à la base des pro-
thèses inférieures à prolongement.
A.O.S. n°52 - 12/60.
- ANDERSON - Measurement of stress in mastication.
J.D. Res. n°35 - 1958.
- APPLEGATE O.C. - Partial dentures. J.P.D. 1960.
- BENAIM L. - Essai de mécanique appliquée à l'art dentaire.
Revue française d'Odontostomatologie - tome 14/
9/67.
- BENNEJEANT Ch. - Résistance des matériaux dentaires.
P.O.S. Genève 1965.
- BRUDEVOLD - A basic study of the chewing forces of a denture
wearer. J.A.D.A. 7/51.
- CERNEA P. - Le traumatisme provoqué par les appareils de
prothèse. Encyclopédie médico-chirurgicale
Sto. II - p.22052.
- CRAIG - Experimental stress analysis of dental
restorations. J.P.D. 1967.
- DOCQ M.- Technologie des matériaux.
Encyclopédie médico-chirurgicale .A 10 p.23063
RIO/065.

- FICHELE - Thérapeutique conservatrice. A.O.S. n°72.
- FRECHETTE A.R. - The influence of partial denture design on distribution of forces to abutment teeth. J.P.D. 3/56.
- FUMIJAN - Determination of maxillo-mandibular forces generated during deglutition. J.P.J. 2/67.
- GASPARD M. - Le problème de la solidarité des constituants de l'appareil masticateur. R.F.O.S. 5/67.
- GRAF P.D.H. - Occlusion et paradontopathies. Zurich 1969.
- GRANGER - Practical procedures in oral rehabilitation. J.P.D. 1960.
- GRESSLY F. - Equilibre de l'appareil masticateur. Zurich 1969.
- HELD A.R. - Le facteur osseux et le mécanisme maxillo dentaire. in F. Ackermann. Le mécanisme des mâchoires, p.18.
- HERVE M. - Régulation musculaire de la mastication chez les sujets dentés et édentés. R.F.O.S. n°5, p.770, 1963.
- HOUSSET P. - Conditions biologiques et intégrité tissulaire. Pratique odonto-stomatologique p.475-476.
- JAHN E. - Möglichkeiten und grenzen der Kunststoffe als Zahn und Verkleidungsmaterial. Revue Suisse O.S. 12/67 p.1145-1153.
- JANKELSON B. - Physiology of human occlusion. J.A.D.A. vol. 50, p.664 - 1955.

- JANNIN L. - Chocs et résistance des matériaux. Dunod 1925.
- KAIRES A.K. - Occlusal surfaces contacts during mastication.
J.P.D. 1959.
- KAIRES A.K. - Partial denture design and masticatory pressures **in** a mandibular bilateral distal extension case. J.P.D. 1958.
- KHENG A.L. - Biting forces in edentulous patients.
Dental abstracts n°9 - 9/66.
- LEAR - The frequency of deglutition.
Arch. Oral Biol. n°10 - 1/1965.
- LEJOYEUX J. - Prothèse complète - Maloine 1969.
- MAC CRACKEN - Partial denture construction. Mosby 1960.
- MERLE - BERAL J. - Etude des travaux en résine synthétique.
Encyclopédie méd. Chi. Sto. II, p.23325.
- MORROW and REINER - Metal reinforced silicone lines material dentures.
J.P.D. n°3 - 3/1968.
- MYERSON R.L. - Use of porcelain and plastic teeth in opposing complete dentures.
J.P.D. n°7 - 4/1957.
- NACHTERGAL C. - Formulaire de résistance des matériaux.
Desforges 1969.
- NALLY - Dental materials - Mosby 1969.
- NEEDHAM P.L. - The chewing efficiency and tissue trauma of plastic and porcelain teeth.
J.D.A. Miss n°46 - 2/66.

- OHASHI, WOELFEL, PARFENBARGER - Pressure exerted on complete dentures during swallowing.
J.A.D.A. n°73 - 9/66.
- PIRGI M. - Réactions tissulaires au port des appareils de prothèse dentaire.
Encyclopédie méd. chir. Sto II, p.2332.
- POUND E. - Mandibular movements.
J.S.C.S.D.A. vol.34 - n°9 - 9/1966.
- PRIESKEL - Precision attachments in dentistry. Mosby 1969.
- RIGOLET R. - Les mouvements dentaires.
A.O.S. n°78 - p.209 - 6/1967.
- ROUCOULES L. - Mécanique rationnelle et biomécanique masticatrice. 1969.
- ROUCOULES L. - Prothèses composites à rupteurs de force.
I.D. 5/1968.
- ROUCOULES L. - Encyclopédie médico-chirurgicale p.23270 -
A. 20 et A.50.
- ROUOT J. - Prothèse dentaire squelettique. Masson 1968.
- SARRAZIN, SKIBINSKI - Studies upon the elasticity of copolymers. Cznanohismo Stomatologizne n°19 -1966.
- SCHREINEMAKERS J. - La logique en prothèse complète.
Tholen N.V. Utrecht.
- SCHWARZ J.R. - The plastic. Dental items of interest
10/1947.
- SINGER F. - Occlusion 69. R.F.O.S. 2/1969.
- SKINNER E.W. - The science of dental materials.
Saunders Phil. 1967.

- STEIGER, BOITEL - Precision work for partial dentures.
Buchd. Berichthaus Zurich 1951.
- STEINHARDT E. - Conséquences de l'édentation partielle et totale. Revue Suisse O.S. n°9 - 9/1967.
- TABET G. - Attachements rupteurs de forces.
R.F.O.S. n°6.
- TARG S. - Eléments de mécanique rationnelle.
Editions Mir. Moscou 1966.
- THIELEMAN - L'équilibration de l'articulé par le meulage sélectif. Prélât 1958.
- TIMOSHENKO S. - Résistance des matériaux.
Dunod 1968.
- TYLMAN - Theory and practice of crown and bridge prosthesis.
Mosby 1966.
- VOSS R. - Indikation und Bewährung der weichbleibenden Kunststoffe in der Prothetik.
Revue Suisse d'O.S. n°12 - 12/1967, p.1133-1144.
- WEINBERG L.A. - Distribution des forces dans la mastication et le bruxisme.
Dental Digest 3/1957.
- WRIGHT - Stability in mandibular dentures.
J.P.D. vol. 16 n°3.
- YUNG F.- Die funktionelle elastische Deformation des Kieferknochens. R.M.O.S. n°1 - 1960.
- YURKSTAS - The masticatory act.
J.P.D. vol. 15, p.248/260. 3/1965.

TABLE DES MATIERES

- : -

	<u>Pages</u>
Plan	1
Préambule	2
Définitions	5
Théorie du choc en mécanique rationnelle	27
- équation fond. et théorèmes généraux	28
- choc d'un corps contre un obstacle immobile	35
- théorème de Carnot	38
- centre de choc	41
Choc et énergie de déformation	44
- résistance des matériaux aux chocs	46
- définition de la résistance élastique	49
- chocs par traction ou compression	58
- chocs par torsion	63
- chocs par flexion	69
- expression génér. énergie de déformation	72
Expérimentation par éprouvettes	79
- matériaux prothétiques, conception des éprouvettes	80
- compressomètre	82
- tableaux des résultats et courbes	85
Résultats du choc prothétique	117
- selon la rénitence et les dimensions	118
- selon les modules d'élasticité	133
Résumé	152
Conclusions	158
Bibliographie	162

